Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020», 26–28 травня 2020 р., Львів

УДК 539.3

ПРОЦЕС НАГРІВАННЯ ПОДАТЛИВОЇ ДО ЗСУВУ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ЛОКАЛЬНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА ЗМІННОЇ ПОТУЖНОСТІ

Олександр Максимук, Надія Гануліч-Манукян

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, nadia.ganulich@gmail.com

Досліджено термопружну поведінку циліндричної оболонки радіуса R і товщини $2h$ під дією залежних від часу осесиметричних джерел тепла

$$Q_j(\xi;\tau) = Q_0\theta(\xi;\xi_0)\left[C^*\theta(\tau) + \sum_{k=0}^{m} C_k \tau^k e^{-\beta_0^2\tau}\right],$$

де ξ і τ – безрозмірні осьова координата і час, $\theta(\xi,\xi_0) = \theta(\xi+\xi_0) - \theta(\xi-\xi_0), \theta(\xi)$ – функція Хевісайда, β_0^2 – параметр згасання теплових джерел. За певних значень $Q_0, C^*, C_k = const$ у наведеному виразі джерел міститься широкий вибір режимів нагрівання оболонки. При $C^* = 1, C_k = 0$ джерела діють з постійною потужністю. Такий режим розглянуто в роботі [1], де встановлено чисельну близькість розв'язків аналогічних задач для оболонок скінченної і нескінченної довжини. Для оболонки довжини l досліджено дію наступних джерел:

1. $C^* = 0, C_0 = 1, C_k = 0, (k = 1;2;...;m)$ – джерела діють із згасаючою потужністю;
2. $C^* = 0, C_0 = 0, C_1 = 1, C_k = 0, (k = 2;3;...;m)$ – потужність джерел зростає від нуля до максимального значення і з часом експоненційно зникає;
3. $C^* = 1, C_0 = -1, C_k = 0, (k = 1;2;...;m)$ – потужність зростає від нуля до Q_0 при $\tau \to \infty$;
4. $C^* = C_0 = 1, C_k = 0, (k = 1;2;...;m)$ – потужність джерел спадає вдвічі від $2Q_0$ при $\tau = 0$ до Q_0 при $\tau \to \infty$.

За таких режимів нагрівання зумовлені джерелами температурні поля і нормальні прогини оболонки визначаються формулами:

$$T_j(\xi;\tau) = \frac{2q_0}{\beta_t}\left[\frac{\xi_0}{2l}\psi_0^{(j)}(\tau) + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n^{(j)}(\tau)\frac{\sin(\lambda_n\xi_0)}{n}\cos(\lambda_n\xi)\right], j = 1;2;3;4$$

$$W_j(\xi;\tau) = 2Rq_0\left[\frac{\xi_0}{2l}\psi_0^{(j)}(\tau) + \frac{4k^4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n^{(j)}(\tau)\frac{1+\varepsilon\lambda_n^2}{\mu_n^4}\frac{\sin(\lambda_n\xi_0)}{n}\cos(\lambda_n\xi)\right], \beta_0 \neq \beta,$$

де $q_0 = \alpha_t^{-1}\beta_t R^2 Q_0, 4k^4 = 3(1-\nu^2)(R/h)^2, \varepsilon = g^2/2k^4, 2g^2 = E/(k'G'), \mu_n^4 = \lambda_n^4 + 2g^2\lambda_n^2 + 4k^4, \beta_t$ –

коефіцієнт лінійного розширення, E і ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона, k' та G' – коефіцієнт і модуль зсуву матеріалу оболонки, а $\psi_n^{(j)}(\tau)$ – цілком визначені функції часу.

Легко показати, що найвищі рівні розрахункових величин досягаються при нескінченному звуженні області дії джерел за умови збереження у ній сумарної їх потужності постійною

$$\xi_0 \to 0 \Leftrightarrow q_0^* = q_0\xi_0 = const : T_j(\xi;\tau) = \frac{2q_0^*}{\beta_t l}\left[\frac{1}{2}\psi_0^{(j)}(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty}\psi_n^{(j)}(\tau)\cos(\lambda_n\xi)\right],$$

$$W_j(\xi;\tau) = \frac{2q_0^*}{l}R\left[\frac{1}{2}\psi_0^{(j)}(\tau) + 4k^4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+\varepsilon\lambda_n^2}{\mu_n^4}\psi_n^{(j)}(\tau)\cos(\lambda_n\xi)\right].$$

З приведених формул видно, що найбільші значення температури і прогинів вздовж твірної оболонки при усіх режимах нагрівання і незалежно від ширини області дії джерел досягаються у початку відліку.

Винятком є суцільне нагрівання оболонки. У цьому випадку температура залежить лише від часу, прогин (рівномірне вздовж осі збільшення радіуса) пропорційний температурі – оболонка перебуває у стані вільного теплового розширення, за якого:

$$W_j(\tau) = \beta_t R T_j(\tau) = Rq_0\psi_0^{(j)}(\tau), (j = 1;2;3;4).$$

Ця рівність вказує на те, що відповідно до режиму нагрівання оболонки найвищі рівні температури $T_j(\tau_j)$ і відповідні їм найбільші прогини (розширення) $W_j(\tau_j)$ досягаються за однакових для цих величин критичних значень параметра часу, а саме:

1. Для джерел $Q_1(\xi;\tau) = Q_0\theta(\xi;\xi_0)e^{-\beta_0^2\tau} : \tau_1 = 2(\beta^2 - \beta_0^2)^{-1}\ln(\beta/\beta_0); \beta_0 \neq \beta;$
2. Для джерел $Q_2(\xi;\tau) = Q_0\theta(\xi;\xi_0)\tau e^{-\beta_0^2\tau}$: τ_2 – єдиний ненульовий корінь трансцендентного рівняння $e^{-(\beta^2-\beta_0^2)\tau_2} + (\beta_0/\beta)^2(\beta^2 - \beta_0^2)\tau_2 - 1 = 0;$
3. Для джерел $Q_3(\xi;\tau) = Q_0\theta(\xi;\tau)\left(1 - e^{-\beta_0^2\tau}\right) : \tau_3 = \infty;$
4. Для джерел $Q_4 = Q_0\theta(\xi;\tau)\left(1 + e^{-\beta_0^2\tau}\right) : \tau_4 = (\beta^2 - \beta_0^2)^{-1}\ln\left(2(\beta/\beta_0)^2 - 1\right), \beta_0 \neq \beta$.

В стані вільного теплового розширення оболонки кільцеві зусилля та осьові моменти в усіх її перерізах відсутні.

1. *Ганулїч Н. В.* Циліндрична оболонка скінченної довжини із низькою зсувною жорсткістю за дії локальних джерел тепла//Мат. методи та фіз.-мех.поля. – 2016. – 59, №4. – С. 82 – 90.

PROCESS OF HEATING A SHIFT CYLINDRICAL COVER WITH LOCAL HEAT SOURCES OF VARIABLE POWER

The quasi-static thermoelasticity problem for a shear-cylindrical shell with local time-varying heat sources is considered.