

ОЦІНКА ШВИДКОСТІ ПОТОЧКОВОЇ ЗБІЖНОСТІ ГІЛЛЯСТИХ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ З НЕРІВНОЗНАЧНИМИ ЗМІННИМИ

Ірина Біланик

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, i.bilanyuk@ukr.net

Об'єктом наших досліджень є гіллясті ланцюгові дроби (ГЛД) з нерівнозначними змінними

$$b_0 + \mathbf{D} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_{i(k)} z_{i_k}}{b_{i(k)}}, \quad (1)$$

де $b_0, b_{i(k)}, c_{i(k)} \in \mathbb{C}$, $i(k) \in I$, $I = \{i(k) = i_1 i_2 \dots i_k : i_k \leq i_{k-1} \leq \dots \leq i_0 = N\}$ – множина мультиіндексів, $z_m \in \mathbb{C}$, $m = \overline{1, N}$, N – фіксоване натуральне число, що визначає розмірність цього ГЛД. Використовуючи результати, встановлені для неперервних дробів, і результати, що стосуються збіжності та оцінок похибок апроксимації гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду в кутових областях, встановлено нові оцінки швидкості поточної збіжності багатовимірних С-дробів з нерівнозначними змінними.

Теорема 1. ГЛД (1) з нерівнозначними змінними збігається у кожній точці $\mathbf{z}_0 = (z_{i_0}, z_{i_2}, \dots, z_{i_N}) \in \mathbb{C}^N$, якщо виконуються умови:

$$1) \Im(b_{i(2p-1)}^*) \geq 0, \Im(b_{i(2p)}^*) \leq 0, i(2p) \in I, \text{ або}$$

$$\Im(b_{i(2p-1)}^*) \leq 0, \Im(b_{i(2p)}^*) \geq 0, i(2p) \in I;$$

$$2) \Re(b_{i(k)}^*) \geq \delta, \delta > 0, c_{i(k)} \in \mathbb{R}, 0 < c_{i(k)} \leq c, i(k) \in I;$$

де $b_{i(k)}^* = b_{i(k)} \exp\left(i \sum_{p=1}^k (-1)^{k+p-1} \arg z_{i_p, 0}\right)$. Для різниці підхідних дробів ГЛД (1) в

точці \mathbf{z}_0 справджується оцінка

$$|f_m(\mathbf{z}_0) - f_{Nn}(\mathbf{z}_0)| < D_N \left(\frac{(\delta^2 + 4M)^{1/2} - \delta}{(\delta^2 + 4M)^{1/2} + \delta} \right)^n, \quad m \geq Nn, \quad n \geq 1,$$

де D_N – деяка додатна стала, що не залежить від m і n , яка визначається згідно із рекурентним співвідношенням

$$D_r = 4 \left(D_{r-1} S + \frac{M}{\delta} \right), \quad r = \overline{2, N}, \quad D_1 = \frac{2M}{\delta},$$

$$S = 1 + \frac{M \sqrt{M^2 + \delta^4}}{\delta^2 (\sqrt{M^2 + \delta^4} - M)}, \quad M = c \max_{1 \leq m \leq N} |z_{m0}|.$$

1. Антонова Т. М. Швидкість збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду // Волин. мат. вісн. – 1999. – Вип. 6. – С. 5–11.
2. Боднар Д. И. Ветвящиеся цепные дроби. – Киев: Наук. думка, 1986. – 176 с.
3. Bilanuk I. B. A truncation error bound for some branched continued fractions of the special form // Mat. Stud. – 2019. – 52, №2. – P. 115–123.

AN ESTIMATE OF THE RATE OF POINTWISE CONVERGENCE FOR BRANCHED CONTINUED FRACTIONS WITH INDEPENDENT VARIABLES

Branched continued fractions with independent variables are studied. A new estimate for the rate of pointwise convergence of multidimensional C-fractions with independent variables is established by using the results established for continued fractions and the results concerning the convergence and truncation error bounds of the approximation by branched continued fractions of the special form in angular domains.