

## **МЕТОД ЕНЕРГЕТИЧНИХ ОЦІНОК ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ КВАЗІЛІНІЙНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ**

**Євгенія Євгенєва**

Інститут прикладної математики і механіки НАН України,  
yevgeniia.yevgenieva@gmail.com

До кінця ХХ сторіччя граничні режими із сингулярним загостренням у задачах для квазілінійних параболічних рівнянь досліджувались за допомогою порівняння розв'язків із автомодельними розв'язками модельних задач. Цей метод є досить ефективним, але не є універсальним, оскільки широкий клас задач не допускає автомодельності.

У 1999 році в роботі [1] А.Є. Шишков та А.Г. Щелков запропонували новий метод для вивчення локалізованих режимів.

Цей метод використовує принципово інший підхід, що полягає у ефективній оцінці перетоків енергії у нескінченій послідовності часових шарів, які накопичуються біля часу загострення, і не використовує бар'єрних технік. Він є комбінацією декількох методів та підходів. А саме, використовує метод апріорних оцінок типу Сен-Венана, які застосовуються при вивченні існування, єдиності та асимптотичних властивостей енергетичних слабких розв'язків лінійних еліптичних та параболічних рівнянь, а також нелінійний варіант цього методу; метод локальних енергетичних оцінок.

Пізніше у серії робіт В.А. Галактіонова та А.Є. Шишкова [2-5] (2003-2006) метод енергетичних оцінок був розвинутий для широкого класу двічі нелінійних параболічних рівнянь другого порядку та розширений для дослідження рівнянь високих порядків.

У роботах [6-7] метод енергетичних оцінок був модифікований для вивчення геометрії профілю розв'язку та отримання точних оцінок слабких розв'язків вказаних задач.

1. *Shishkov A. E., Shchelkov A.G.* Boundary regimes with peaking for general quasilinear parabolic equations in multidimensional domains // *Math. Sb.* – 1999. – 190, No 3-4. – P. 447–479.
2. *Galaktionov V.A., Shishkov A.E.* Saint-Venant's principle in blow-up for higher order quasilinear parabolic equations // *Proc. Roy. Soc. Edinburgh. Sect. A.* – 2003. – 133, No 5. – P. 1075–1119.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,  
27–29 травня 2019 р., Львів**

3. Galaktionov V.A., Shishkov A.E. Structure of boundary blow-up for higher-order quasilinear parabolic equations // Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, Math. Phys. Eng. Sci. – 2004. – 460, No 2051. – P. 3299–3325.
4. Galaktionov V.A., Shishkov A.E. Self-similar boundary blow-up for higher-order quasilinear parabolic equations // Proc. Roy. Soc. Edinburgh. – 2005. – 135A. – P. 1195–1227.
5. Galaktionov V.A., Shishkov A.E. Higher-order quasilinear parabolic equations with singular initial data // Communications in Contemp. Math. – 2006. – 8, No 3. – P. 331–354.
6. Shishkov A.E., Yevgenieva Ye.A. Localized peaking regimes for quasilinear parabolic equations // Mathematische Nachrichten. – 2019. – DOI:~10.1002/mana.201700436.
7. Yevgenieva Ye.A. Limiting profile of solutions of quasilinear parabolic equations with flat peaking // Journal of Mathematical Sciences. – 2018. – 234 (1). – P. 106–116.

**METHOD OF ENERGY ESTIMATES FOR QUASILINEAR PARABOLIC  
EQUATIONS INVESTIGATION**

*Method of energy estimates allows investigate a wide class of second and high order partial differential equations with boundary regime with singular peaking.*