Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019», 27–29 травня 2019 р., Львів

УДК 517.956

ЗАДАЧА З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ З ВИРОДЖЕННЯМ

Богдан Яшан

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
bohdanjaschan94@gmail.com

Нехай $\eta, t_0, t_1, ..., t_N, t_{N+1}$ – фіксовані додатні числа $t_0 < t_1 < ... < t_N < t_{N+1}$, $t_0 < \eta < t_{N+1}$, $\eta \neq t_\lambda$, $\lambda \in \{1, 2, ..., N\}$, Ω – деяка обмежена область, $\bar{\Omega} \subset \mathbb{R}^{n-1}$, $\dim \Omega \leq n-1$. Позначимо:

$$\Pi_{(0)} = \left\{(t,x) \middle| t \in [t_0; t_{N+1}), x \in \Omega\right\} \cup \left\{(t,x) \middle| t = \eta, x \in \mathbb{R}^n \setminus \bar{\Omega}\right\}.$$

Розглянемо в області $\Pi = [t_0, t_{N+1}) \times \mathbb{R}^n$ задачу знаходження функції $u(t,x)$, яка задовольняє при $t \neq t_\lambda$, $(t,x) \notin \Pi_{(0)}$ рівняння

$$[\partial_t - \sum_{i,j=1}^{n} A_{ij}(t,x)\partial_{x_i}\partial_{x_j} + \sum_{i=1}^{n} A_i(t,x)\partial_{x_i} + A_0(t,x)]u(t,x) = f(t,x). \qquad (1)$$

і умови за часовою змінною

$$u(t_0 + 0, x) = \varphi_0(x), \qquad (2)$$

$$u(t_\lambda + 0, x) - u(t_\lambda - 0, x) = b_\lambda(x) u(t_\lambda - 0, x) + \varphi_\lambda(x). \qquad (3)$$

Розв'язність задачі (1)-(3) встановлено в просторах $H^l(\gamma, \beta, q, \Pi)$, означення яких дано в [1].

Задача (1) – (3) досліджено за таких обмежень:

а) для довільного вектора $\xi = (\xi_1, ..., \xi_n)$, $\forall (t,x) \in \Pi \setminus \Pi_{(0)}$ виконується нерівність

$$\pi_1 |\xi|^2 \leq \sum_{i=1}^{n} s_1(\beta_i^{(1)}, t) s_1(\beta_j^{(1)}, t) s_2(\beta_i^{(2)}, x) s_2(\beta_j^{(2)}, x) A_{ij}(t,x) \xi_i \xi_j \leq \pi_2 |\xi|^2,$$

де π_1, π_2 – фіксовані додатні сталі та $s_1(\mu_i^{(1)}, t), s_2(\mu_i^{(2)}, x) A_i \in$ $\in H^{\alpha}(\gamma, \beta, 0, \Pi \setminus \Pi_{(0)})$, $s_1(\mu_0^{(1)}, t) s_2(\mu_0^{(2)}, x) A_0 \in H^{\alpha}(\gamma, \beta, 0, \Pi \setminus \Pi_{(0)})$, $A_0 \geq -a$, $a \geq 0$, $s_1(\beta_i^{(1)}, t) s_1(\beta_j^{(1)}, t) s_2(\beta_i^{(2)}, x) s_2(\beta_j^{(2)}, x) A_{ij} \in H^{\alpha}(\gamma, \beta, 0, \Pi \setminus \Pi_{(0)})$,

$$\gamma^{(\nu)} = \max\left(\max_i \left(1 + \beta_i^{(\nu)}\right), \max_i \left(\gamma^{(\nu)} - \beta_i^{(\nu)}, \frac{\mu_0^{(\nu)}}{2} \right) \right), \ \nu \in \{1, 2\}.$$

б) функції $f \in H^{\alpha}(\gamma, \beta, \mu_0; \Pi \setminus \Pi_{(0)})$, $\varphi_0 \in H^{2+\alpha}(\hat{\gamma}, \hat{\beta}, 0; R^n \setminus \bar{\Omega})$, $\varphi_\lambda \in H^{2+\alpha}(\hat{\gamma}, \hat{\beta}, 0; (\Pi \setminus \Pi_{(0)}) \cap (t = t_\lambda))$, $b_\lambda(x) \in C^{2+\alpha}((\Pi \setminus \Pi_{(0)}) \cap (t = t_\lambda))$, $\tilde{\gamma} = (0, \gamma^{(2)})$, $\tilde{\beta} = (0, \beta^{(2)})$.

Встановлено існування, єдність та оцінку похідних розв'язку задачі (1)-(3) у просторі $H^{2+\alpha}(\gamma; \beta; 0; \Pi)$.

1. *Пукальський І. Д., Яшан Б. О.* Крайова задача з імпульсною дією для параболічного рівняння з виродженням // Укр. мат. журнал. – 2019. – №5. – С. 652–662.

THE PROBLEM WITH IMPULSE EFFECT AND DEGENERATION FOR A PARABOLICEQUATIONS

We study the problem for a second-order linear parabolic equation with impulse conditions in the time variable and power singulation in the coefficients of any order with respect to the time and space variables. By using the maximum principle and a priori estimates we establish the existence and uniqueness of this problem in Hölder spaces with power weight.