

ТЕРМОПРУЖНІСТЬ АНІЗОТРОПНОГО ПІВПРОСТОРУ ЗІ ЗМІШАНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ НА МЕЖІ ТА ВНУТРІШНІМИ ТОНКИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ

Андрій Васишин

Львівський національний університет імені Івана Франка, vasylyshyn.c.h@gmail.com

Сучасні композиційні матеріали, завдяки багатьом своїм корисним властивостям порівняно із традиційними, набули широкого використання у інженерних конструкціях. Усі вони є, як правило, анізотропними. Також, зрозуміло, що будова більшості з них не є ідеальною: вони можуть містити дефекти або інші технологічні чи експлуатаційні структурні неоднорідності. Оскільки біля останніх найбільша ймовірність розвитку процесів руйнування, виникає необхідність створення аналітичних і числових підходів аналізу міцності, а також надійності відповідних конструкційних елементів.

У цій роботі розширюються можливості заснованого на методах теорії функції комплексної змінної і формалізму Стро підходу [1] для отримання інтегральних формул і рівнянь для анізотропного термопружного півпростору з отворами, тріщинами і тонкими деформівними включеннями із урахуванням всеможливих мішаних механічних та теплових крайових умов на його межі.

Розглянемо термопружний півпростір $x_2 > 0$, що містить систему гладких замкнутих контурів $\Gamma = \cup_i \Gamma_i$. Вибрано такі типи можливих теплових та змішаних механічних крайових умов на межі півпростору:

$$\begin{aligned}g(x_1) &= 0, \quad \forall x_2 = 0; \\ \theta(x_1) &= 0, \quad \forall x_2 = 0; \\ u_1(x_1) &= 0, \quad \varphi_2(x_1) = 0; \\ u_2(x_1) &= 0, \quad \varphi_1(x_1) = 0.\end{aligned}$$

У даній роботі ми розглянули мішану крайову задачу з механічною $u_1(x_1) = 0, \varphi_2(x_1) = 0$ та тепловою $\theta(x_1) = 0, \forall x_2 = 0$ крайовими умовами. Використовуючи формалізм Стро і теорію функцій комплексної змінної вдалося побудувати інтегральні рівняння типу Сомільяни для термопружного анізотропного півпростору. Також, важливо зазначити, що у ці рівняння не

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019», 27–29 травня 2019 р., Львів

входять інтеграли по необмеженій межі області чи подвійні інтеграли по останній. Отримано представлення ядер цих інтегральних рівнянь для заданих крайових умов на межі.

Для моделювання тіла з тонкими неоднорідностями використовувався метод функцій стрибка [2]. Суть цього методу полягає у заміні тонкого включення з певною товщиною деякою лінією розриву теплофізичного та напружено-деформованого стану тіла. Включення, як геометричний об'єкт, вилучається із розгляду, а його вплив зводиться до формування у середовищі певних функцій стрибка деяких фізико-механічних полів.

Одержані інтегральні рівняння разом із моделлю тонких включень були введені в модифікований метод граничних елементів. Для демонстрації ефективності та універсальності розробленого методу розв'язано деякі задачі термопружності для анізотропної півплощини з тонким деформівним включенням.

Здійснено числовий аналіз впливу типу змішаних крайових умов на межі півпростору на інтенсивність напружень у вершинах тонкого включення.

1. *Pasternak Ia.* Boundary integral equations and the boundary element method for fracture mechanics analysis in 2D anisotropic thermoelasticity // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2012. – № 12. – С. 1931 – 1941.
2. *Сулим Г. Т.* Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями. Монографія. – Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.

THERMOELASTICITY OF ANISOTROPIC HALF-SPACE WITH MIXED BOUNDARY CONDITIONS ON ITS BOUNDARY AND INTERNAL THIN HETEROGENEITY

This work presents and rigorous and straightforward approach based on Stroh's formalism. It allows obtaining two dimensions boundary integral equations for a thermoelastic anisotropic half-space containing thin inclusions. The obtained integral equations are introduced into the modified boundary element method. A numerical analysis of the influence of boundary conditions on the half-space boundary on the intensity of stresses at the inclusions is carried out.