**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

УДК 517.925

ПРО АПРОКСИМАЦІЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ СТІЙКІСТЬ

Ірина Тузик

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
tusykiryna@gmail.com

У даній роботі розглядаються застосування схем апроксимації диференціально-різницевих рівнянь [1-3] до наближеного знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів та аналізу стійкості розв`язків систем лінійних диференціальних рівнянь із запізненням.

Розглянемо лінійну систему із запізненням

$$\frac{dx(t)}{dt} = \sum_{i=0}^{k} A_i x(t-\tau_i), \tag{1}$$

де $x \in \mathbb{R}^n$, $A_i, i=\overline{0,k}$ – $n \times n$-сталі матриці, $0=\tau_0<\tau_1<\ldots<\tau_k=\tau$, квазіполіном для системи (1) має вигляд :

$$\Phi(\lambda) = \det\left(\lambda E - \sum_{i=0}^{k} A_i e^{-\lambda\tau_i}\right). \tag{2}$$

Системі (1) поставимо у відповідність систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{gathered} \frac{dz_0(t)}{dt} = \sum_{i=0}^{k} A_i z_{l_i}(t),\ l_i = [\frac{\tau_i m}{\tau}], \\ \frac{dz_i(t)}{dt} = \mu(z_{i-1}(t) - z_i(t)),\ i=\overline{1,m},\ \mu = \frac{m}{\tau}. \end{gathered} \tag{3}$$

В роботах [1-3] показано, що для характеристичного рівняння апроксимуючої системи (3) має місце співвідношення

$$\Psi_m(\lambda) = \det\left(\lambda E - \sum_{i=0}^{k} A_i \left(\frac{\mu}{\mu+\lambda}\right)^{l_i}\right)(\mu+\lambda)^{mn} \tag{4}$$

і послідовність функцій

$$H_m(\lambda) = \frac{\Psi_m(\lambda)}{(\mu+\lambda)^{mn}}, m \in \mathbb{N}, \quad (5)$$

збігається при $m \to \infty$ до квазіполінома (2).

Цю властивість можна використати для наближення неасимптотичних коренів квазіполінома (2) коренями характеристичного многочлена (4) системи звичайних диференціальних рівнянь (3). Для обчислення нулів многочленів є стандартні процедури у різних пакетах прикладних програм. Зокрема, в пакеті MathCAD можна виділити функцію *polyroots (v)*, яка повертає вектор, що містить всі нулі многочлена, коефіцієнти якого є елементами вектора *v*.

Для побудови алгоритмів знаходження області стійкості системи (1) важливою є така теорема.

Теорема[1]. *Якщо нульовий розв'язок системи (1) експоненціально стійкий (нестійкий), тоді існує* $m_0 > 0$*, таке, що при* $m \ge m_0$ *нульовий розв'язок відповідної апроксимуючої системи експоненціально стійкий (нестійкий). Якщо для всіх* $m \ge m_0$ *нульовий розв'язок відповідної апроксимуючої системи експоненціально стійкий (нестійкий), то й нульовий розв'язок системи (1) експоненціально стійкий (нестійкий).*

Обчислюючи нулі характеристичного рівняння (4) апроксимуючої системи звичайних диференціальних рівнянь при різних значеннях τ, для яких зберігається стійкість нульового розв'язку системи (3), знаходимо область значень запізнення τ для яких вихідна система із запізненням (1) є експоненціально стійкою.

1. *Матвій О. В., Черевко І. М.* Про апроксимацію систем із запізненням та їх стійкість // Нелінійні коливання. – 2004. – **7**, №2. – С. 208–216.
2. *Клевчук І. І., Пернай С. А., Черевко І. М.* Побудова областей стійкості лінійних диференціально-різницевих рівнянь // Доповіді НАН України. – 2012. – 7. – С. 28–34.
3. *Іліка С. А., Тузик І. І., Піддубна Л. А., Черевко І. М.* Апроксимація лінійних деференціально-різнецевих рівнянь та їх застосування // Буковинський математичний журнал. – 2018. – 6, № 3-4. – С. 80–83.

ABOUT APPROXIMATION OF DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATIONS AND THEIR STABILITY

The note is devoted to approximation schemes for differential-difference equations by a sequence of ordinary differential equations systems. We investigate approximation algorithms for non asymptotic roots of quasipolynomials, and for constructing stability domains of linear stationary differential equations with delay.