**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

УДК 512.548.7

ПРО ОБОРОТНІСТЬ КОМПОЗИЦІЇ ДВОХ БАГАТОМІСТНИХ ОБОРОТНИХ ОПЕРАЦІЙ

Федір Сохацький [1], Віктор Савчук [2]

[1]Донецький національний університет імені Василя Стуса, fmsokha@ukr.net
[2]Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача НАН України, savchukvd@ukr.net

Безповторна композиція двох багатомісних оборотних операцій (не обов'язково однакової арності) є оборотною. Якщо ж змінні повторюються, то оборотність композиції пов'язано з певним видом ортогональності. В [1] дане питання досліджено для композиції двох операцій, яка є узагальненням суперпозиції Манна, тобто одна із змінних не повторюється. Проте, в [2] при дослідженні ортогональності багатомісних оборотних операцій розглядається така композиція операцій:

$$h(x_1^{k-1}, x_{k+1}^n) = \mathrm{f}(x_1^{k-1}, \mathrm{g}(x_1^{k-1}, x_{k+1}^n), x_{k+1}^n). \tag{1}$$

В даній композиції жодна із змінних не повторюється, тому критерій, оборотності, який знайдений в [1], не застосовний.

Для формулювання критерію оборотності нам потрібно деякі поняття. Вважатимемо, що всі операції визначені на одній і тій же множині, яку позначатимемо Q і називатимемо *носієм*. Символ x_i^j позначає послідовність $x_i, x_{i+1}, ..., x_j$, якщо $i \le j$, і порожню послідовність при $i>j$. Символ $\overline{1,n}$ позначає множину $\{1, 2, ..., \mathrm{n}\}$.

[3] Підстановка θ бінарного групоїда $(Q; f)$ називається *повною* якщо перетворення $\varphi,$ яке визначене рівністю

$$\varphi(x) := f(x; \theta(x))$$

також є підстановкою. Пару підстановок (θ, φ) називають *трансверсаллю* групоїда $(Q; f)$.

[4] Нехай $(Q; f)$ n-арний групоїд, $\delta := \{i_1, ..., i_n\}$ та $\overline{a}$ позначає послідовність $a_1, ..., a_n$. Тоді операцію $f_{\overline{a},\delta}$, яка визначається рівністю

$$f_{\bar{a},\delta}(x_{i_1},...,x_{i_k}) := f(y_1,...,y_n),$$

де $y_i := \begin{cases} x_i, \text{якщо}\, i \in \delta, \\ a_i, \text{якщо}\, i \notin \delta \end{cases}$, називатимемо $\bar{a},\delta$*-ретрактом* або δ-ретрактом операції f.

Зауважимо, що при $\delta = \{i\}$ унарний ретракт n-арної операції f називають i*-тою* $\bar{a}$*-трансляцією* і позначають $L_{\bar{a},i}$, тобто

$$L_{\bar{a},i}(x) := f(a_1,...,a_{i-1},x,a_{i+1},...,a_n).$$

Операцію f називають *оборотною* або *квазігруповою*, якщо кожна її трансляція є підстановкою. Тоді пару $(Q; f)$ називають *квазігрупою*, точніше n*-арною квазігрупою*.

Теорема. *Нехай* $k \in \overline{1,n}$, *і операції* f *і* g, *арностей* n *та* $n-1$ *відповідно, є оборотними. Тоді* $(n-1)$*-арна операція* h, *яка визначена рівністю (1) оборотна тоді і тільки тоді, коли для всіх* $i \neq k$, *пара* i*-тих* $\bar{a}$*-трансляцій операцій* g *та* h, *є трансверсаллю бінарного* $\{i,k\}$*-ретракту операції* f.

1. *Sokhatsky F.M., Fryz I.V.* Invertibility criterion of composition of two multiary quasigroups // Comment. Math. Univ. Carolin. – 2012. – 53. – P. 429–445.
2. *Муратхуджаєв С.* К теории n-арных квазигруп: регулярне подстановки, ядра и допустимость. – Дис. Кишенев, 1981. – 119 с.
3. *Keedwell D., Dénes J.* Latin Squares and their Applications, 2015. – 440 с.
4. *Fryz I.V., Sokhatsky F.M.* Block composition algorithm for constructing orthogonal n-ary operations // Discrete Math. – 2017. – Vol.340, Iss. 8. – P. 1957–1966.

ON INVERTIBILITY OF COMPOSITION OF TWO MULTIARY INVERTIBLE OPERATIONS

It is well-known that the repetition-free composition of two multiary invertible operations is invertible. A criterion for some repetition composition of two multiary invertible operations to be invertible is given.