**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

УДК 512.546

ПРО ІЗОМОРФІЗМИ ВІЛЬНИХ НАПІВТОПОЛОГІЧНИХ ГРУП

Назар Пирч

Українська Академія Друкарства, pnazar@ukr.net

Група G наділена топологією τ називається *напівтопологічною*, якщо групова операція $(x,y)\mapsto x\cdot y$ є нарізно неперервною, або іншими словами, усі групові зсуви $x\mapsto x\cdot a$ та $x\mapsto a\cdot x$ є неперервними.

Вільною напівтопологічною групою простору X називається напівтопологічна група $F_S(X)$, що містить X як підпростір, і довільне неперервне відображення $h: X\to G$ з простору X у напівтопологічну групу G продовжується єдиними чином до неперервного гомоморфізму $\mathrm{H}:\mathrm{F}_S(X)\to G$. Якщо в цьому означенні замінити слово «група» на «абелева група», то ми отримаємо означення *вільної абелевої напівтопологічної групи* $A_S(X)$ простору X .

Теорема 1. *Для кожного топологічного простору* X *існує вільна напівтопологічна група* $F_S(X)$ *та вільна абелева напівтопологічна група* $A_S(X)$ *простору* X *, котрі є алгебраїчно вільними над* X .

У роботі [1] вивчались ізоморфізми вільних (абелевих) паратопологічних груп та вільних однорідних просторів.

Теорема 2. *Розглянемо наступні умови:*

1. вільні однорідні простори $\mathrm{H}(X)$ *та* $\mathrm{H}(\mathrm{Y})$ *є топологічно ізоморфними;*

2. вільні напівтопологічні групи $F_S(X)$ *та* $F_S(\mathrm{Y})$ *є топологічно ізоморфними;*

3. вільні абелеві напівтопологічні групи $A_S(X)$ *та* $A_S(\mathrm{Y})$ *є топологічно ізоморфними;*

4. вільні паратопологічні групи $F_p(X)$ *та* $F_p(\mathrm{Y})$ *є топологічними ізоморфними;*

5. вільні абелеві пара топологічні групи $A_S(X)$ *та* $A_S(\mathrm{Y})$ *є топологічно ізоморфними.*

Для довільних топологічних просторів мають місце імплікації $1\Rightarrow 2$, $2\Rightarrow 3$, $2\Rightarrow 4$, $3\Rightarrow 5$, $4\Rightarrow 5$.

Топологічний простір X називається простором з *топологією розбиття,* якщо базу його топології утворює деяке розбиття цього простору.

Теорема 3. Для *довільних топологічних просторів* X *та* Y *з топологією* розбиття умови 1−5 з теореми 2 є рівносильними.

Твердження 1. *Якщо вільні (абелеві) напівтопологічні групи просторів* X *та* Y *є топологічно ізоморфними,* K − *простір з топологією розбиття. то вільні (абелеві) напівтопологічні групи просторів* $X \times K$ *та* $Y \times K$ *є* топологічно ізоморними.

Твердження 2. *Якщо вільні (абелеві) напівтопологічні групи просторів з топологією розбиття* X_1 *та* X_2 *є топологічно ізоморфними, то для довільного топологічного простору* Y *вільні (абелеві) напівтопологічні групи* просторів $X_1 \times Y$ та $X_2 \times Y$ є топологічно ізоморфними.

Нехай T – один з наступних класів: T_0-простори, T_1-простори, цілком незв'язні простори, функціонально гаусдорфові простори. У топологічному просторі X розглянемо відношення еквівалентності $\sim$, поклавши $x \sim y$, якщо елементи x та y не відокремлюються неперервними відображеннями у простори класу T. Отриманий фактор-простір $X/\sim$ позначимо через TX.

Теорема 4. *Нехай* T *– один з наступних класів:* T_0*-простори,* T_1*-простори, цілком незв'язні простори, функціонально гаусдорфові простори. Для топологічного простору* X *наступні умови є еквівалентними:*

1. $X \in T$ *;*

2. $F_s(X) \in T$ *;*

3. $A_s(X) \in T$.

Теорема 5. *Нехай вільні (абелеві) напівтопологічні групи топологічних просторів* X *та* Y *є топологічно ізоморфними,* T − *один з наступних класів:* T_0*-простори,* T_1*-простори, цілком незв'язні простори, функціонально гаусдорфові простори. Тоді вільні (абелеві) напівтопологічні групи просторів* TX *та* TY *є топологічно ізоморфними.*

1. *Pyrch N. M.* On the isomorphisms of the free paratopological groups and free homogeneous spaces I // Вісн ЛНУ ім І. Франка. – 2007. – 67. – С. 224– 232.

ON THE ISOMORPHISMS OF THE FREE SEMITOPOLOGICAL GROUPS

The spaces with topologically isomorphic free (abelian) semitopological groups are considered