**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

УДК 517.95

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОЮ ЗАДАЧЕЮ ДАРБУ-СТЕФАНА

Софія Вербицька, Валерія Калініна, Володимир Кирилич, Ольга Мільченко

Львівський національний університет імені Івана Франка, vkyrylych@ukr.net

У криволінійному секторі з невідомими межами $S=\{(x,t)\in\mathbb{R}^2 : t\in\mathbb{R}_+,$ $a(t)<x<b(t),\ a(0)=b(0)=0\}$ розглянуто систему напівлінійних гіпербо–лічних рівнянь

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\lambda(x,t)\frac{\partial y}{\partial x}= f(x,t,y(x,t))\cdot \qquad (1)$$

та рівняння, що описують поведінку невідомих меж

$$\begin{aligned} &a'(t)=H_1(t,a(t),y(a(t),t),\\ &b'(t)=H_2(t,b(t),y(b(t),t)),\ t\in\mathbb{R}_+. \end{aligned} \qquad (2)$$

Тут $y: S\to\mathbb{R}^n$ вектор-функція розв'язку, λ - відображення з $\bar{S}$ в простір діагональних дійсно значних матриць $\lambda(x,t)=diag(\lambda_1(x,t),\ldots,\lambda_n(x,t)),$ $f: S\times\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ – задана нелінійна вектор-функція, $H_i: S\times\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}_+ \quad (i=1,2)$ – нелінійні функції.

Введемо множини:

$$\begin{aligned} &I=\{1,2,\ldots,n\},\ I_1=\{i\in I:\lambda_i(a(t),t)-a'(t)>0, t\in\mathbb{R}_+\},\\ &I_2=\{i\in I:\lambda_i(b(t),t)-b'(t)<0, t\in\mathbb{R}_+\}, \end{aligned}$$

для яких $m_1=card(I_1),\ m_2=card(I\setminus I_1).$

Для системи (1) задамо крайові умови:

$$\begin{aligned} &y_i(a(t),t)=\gamma^{\alpha}(y_j(a(t),t),u^1(t),t),\\ &i\in I_1,\ j\in I_2, t\in\mathbb{R}_+ \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} &y_i(b(t),t)=\gamma^{b}(y_j(b(t),t),u^2(t),t),\\ &i\in I_2,\ j\in I_1, t\in\mathbb{R}_+, \end{aligned} \qquad (5)$$

де u^1, u^2 – керуючі впливи такі, що для ком пактів U^1, U^2,

$$u^1 : \mathbb{R}_+ \to U^1 \subset \mathbb{R}^{r_1} (r_1 \in \mathbb{N}) ; u^2 : \mathbb{R}_+ \to U^2 \subset \mathbb{R}^{r_2} (r_2 \in \mathbb{N}) ;$$
$$\gamma^a : \mathbb{R}^{m_2} \times U^1 \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^{m_1} ; \gamma^b : \mathbb{R}^{m_1} \times U^2 \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^{m_2} .$$

Нехай цільовий функціонал має вигляд

$$\begin{aligned} I(u^1, u^2) = \int_0^{+\infty} G_0(y(a(t),t), y(b(t),t), t) + \\ + \iint_S G(y(x,t), x, t) dxdt, \end{aligned} \tag{6}$$

le $G_0 : \mathbb{R}^{m_1} \times \mathbb{R}^{m_2} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, G : \mathbb{R}^n \times \bar{S} \to \bar{S}$, причому ці функції є вимірними у відповідно підібраному просторі.

Отже, потрібно дослідити задачу

$$\min_{u^1, u^2} I(u^1, u^2), \tag{7}$$

де мінімум береться за тими u^1, u^2, для яких існує єдиний розв’язок задачі (1) – (5) в сенсі [1].

Залежно від поведінки характеристик системи (1), що виходять із точки (0,0) (не потрапляють в S, частково потрапляють або всі містяться в $\bar{S}$), розглянуто різні варіанти крайових задач з невідомими межами (гіперболічні задачі Стефана) та можливими керуваннями в крайових умовах, рівняннях системи та умовах на поведінку меж сектора, досліджено відповідні задачі оптимального керування і встановлено для них необхідні умови оптимальності.

1. *Дерев’янко Т. О., Кирилик В. М.* Оптимальне керування квазілінійною гіперболічною системою, що описує попит Слуцького // Математичні Студії.– 2015.– Т.43, №1. – С. 66–77.

OPTIMAL CONTROL OF HYPERBOLIC DARBOUX-STEFAN PROBLEM

We established necessity conditions to the optimal solution of the control hyperbolic Darboux-Stefan problem with respect to the given functional.