

ПУЧОК МНОГОВИДІВ ІР-КВАЗІГРУП

Федір Сохацький, Алла Луценко

Донецький національний університет імені Василя Стуса,
fmsokha@ukr.net, lucenko.alla32@gmail.com

Алгебра $(Q; \cdot; \cdot; \cdot)$ називається *квазігрупою*, якщо виконуються тотожності:

$$(x \cdot y) \cdot y = x, \quad (x \cdot y) \cdot y = x, \quad x \cdot (x \cdot y) = y, \quad x \cdot (x \cdot y) = y.$$

Квазігрупа $(Q; \cdot)$ називається [1] *лівою (правою) ІР-квазігрупою*, якщо існує перетворення λ (відповідно ρ) таке, що виконується тотожність (1) (відповідно (2)), де

$$\lambda x \cdot (x \cdot y) = y, \quad (1)$$

$$(y \cdot x) \cdot \rho x = y. \quad (2)$$

Парастрофи операції (\cdot) визначаються співвідношеннями:

$$x_{1\sigma} \cdot x_{2\sigma} = x_{3\sigma} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = x_3,$$

де $\sigma \in S_3 := \{t, \ell, r, s, s\ell, sr\}$, $\ell := (13)$, $r := (23)$, $s := (12)$.

Нехай P – довільне твердження в класі квазігруп \mathfrak{S} . Твердження ${}^\sigma P$ називається σ -парастрофом твердження P , якщо його можна отримати з P заміною кожного парастрофа (\cdot) на $({}^\tau \cdot)$. ${}^\sigma \mathfrak{S}$ позначає клас всіх σ -парастрофів квазігруп з класу \mathfrak{S} [2]. Пучком класу \mathfrak{S} називається [2] множина всіх парастрофних до \mathfrak{S} класів

$$Tr(\mathfrak{S}) = \{ {}^\sigma \mathfrak{S} \mid \sigma \in S_3 \}.$$

Теорема 1. [2] *Твердження P є істинним в класі квазігруп \mathfrak{S} тоді і тільки тоді, коли ${}^\sigma P$ є істинним в класі ${}^\sigma \mathfrak{S}$.*

Наслідок 1. [2] *Тотожність $\omega = \nu$ визначає многовид квазігруп \mathfrak{S} , тоді і тільки тоді, коли σ -парастроф ${}^\sigma(\omega = \nu)$ цієї тотожності визначає многовид ${}^\sigma \mathfrak{S}$, де $\sigma \in S_3$.*

Пучок многовидів односторонніх ІР-квазігруп є триелементним, а саме многовид лівих ІР-квазігруп, многовид правих ІР-квазігруп, а третій многовид

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

ми назвали *многовидом середніх ІР-квазігруп* і він визначається тотожністю $x \cdot y = \mu(y \cdot x)$ (3).

Теорема 2. *Пучок многовидів ІР-квазігруп з односторонньою властивістю оборотності складається з трьох многовидів: середніх, лівих та правих ІР-квазігруп. Причому, якщо многовид визначений тотожністю (3) позначити \mathfrak{S} , то многовид ${}^{\ell}\mathfrak{S}$ визначається тотожністю (2), а многовид ${}^r\mathfrak{S}$ – тотожністю (1)*

$$Tr(\mathfrak{S}) = \{\mathfrak{S}, {}^{\ell}\mathfrak{S}, {}^r\mathfrak{S}\}.$$

	Многовид	Назва многовиду	Тотожність
Пучок многовидів ІР-квазігруп	$\mathfrak{S} \stackrel{s}{=} \mathfrak{S}$	середні ІР-квазігрупи	$x \cdot y = \mu(y \cdot x)$
	${}^{\ell}\mathfrak{S} \stackrel{sr}{=} \mathfrak{S}$	праві ІР-квазігрупи	$(y \cdot x) \cdot \rho x = y$
	${}^r\mathfrak{S} \stackrel{s\ell}{=} \mathfrak{S}$	ліві ІР-квазігрупи	$\lambda x \cdot (x \cdot y) = y$

Приклад. Розглянемо квазігрупу $(Z_8; \circ)$, де $x \circ y := 5x + 4 + 3y$.

Дана квазігрупа є лівою, правою та середньою ІР-квазігрупою при

$$\lambda(x) = 5x, \quad \rho(x) = 3x, \quad \mu(x) = 7x.$$

1. Белоусов В. Д. Основы теории квазигрупп и луп. – Москва: Наука, 1967.
2. Sokhatsky F. M. Parastrophic symmetry in quasigroup theory // Вісник ДонНУ, А: natural Sciences. – 2016. – № 1-2. – С. 70–83.

A TRUSS OF VARIETIES OF IP-QUASIGROUPS

Parastrophic classes of inverse property quasigroups are under consideration. We are introducing the concept of middle IP-quasigroups. We have proved that there are three different pairwise parastrophic varieties of one-sided IP-quasigroups: left, right and middle. An example of a groupoid being a left, right and middle IP-quasigroup simultaneously is given.