**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів**

УДК 539.3

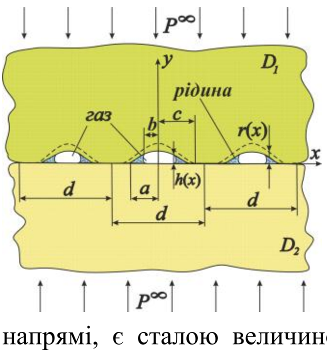
ВЗАЄМОДІЯ ТЕКСТУРОВАНИХ ГЛАДКИМИ ВИЇМКАМИ ПРУЖНИХ ТІЛ З УРАХУВАННЯМ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ ТА РІДИНИ, ЩО ЗМОЧУЄ ЇХ ПОВЕРХНІ

Олег Козачок

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, OlegKozachok@ukr.net

Розглянемо безфрикційний контакт двох пружних ізотропних півнескінченних тіл D_1 і D_2 із різних матеріалів за умов плоскої деформації. Межа одного з тіл прямолінійна, а іншого – текстурована плиткими пологими виїмками однакової форми завдовжки $2c$ кожна, розташованими з періодом d вздовж всієї межі. В основній смузі періодів $-d/2 \le x \le d/2$ форма виїмки задається парною неперервно-диференційованою функцією $r(x) = A\left(1 - tg^2\left(\pi x/d\right)/tg^2\left(\pi c/d\right)\right)^{3/2}$, $r(x) << c$. Такі виїмки в їх крайніх точках плавно переходять в пряму ($r(\pm c) = 0$, $r'(\pm c) = 0$).

Тіла вступають у контакт під дією рівномірно розподілених на нескінченності стискальних навантажень P^{∞}. Внаслідок нерівності однієї межі їх контакт є неповним і між ними виникають міжповерхневі просвіти завширшки $2a$ (рис.). Вважаємо, що вони заповнені частково ідеальним газом та нестисливою рідиною, що змочує їх поверхні. Під дією поверхневого натягу σ рідина формуватиме рідинні містки на краях просвітів, де вони найвужчі. У середній частині просвітів, ширина якої $2b$, міститься газ, тиск якого P_1 описує рівняння Клапейрона-Менделєєва. Об'єм нестисливої рідини V_0, що припадає на одиницю довжини зазору у поздовжньому напрямі, є сталою величиною ($V_0 = const$). Перепад тисків у рідині і газі описує формула Лапласа $P_1 - P_2 = 2\sigma / h(a)$, де $h(a)$ – висота просвіту на межі рідини і газу.



Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [1], задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Гільберта відносно функції $h'(x)$ [2], яке після заміни змінних $\xi = tg\left(\pi x/d\right)$, $\eta = tg\left(\pi t/d\right)$, $\alpha = tg\left(\pi a/d\right)$, $\beta = tg\left(\pi b/d\right)$, $\gamma = tg\left(\pi c/d\right)$ переходить в СІР з ядром Коші:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta-\xi}\, d\eta = \frac{dK\left(P^{\infty} - P(\xi)\right)}{2\left(1+\xi^2\right)} + \frac{3A\pi}{\gamma}\left(\frac{\xi^2}{\gamma^2} - \frac{1}{2}\right), \ |\xi| \le \alpha ,$$

де $P(\xi) = \begin{cases} P_1, & |\xi| \le \beta, \\ P_1 - 2\sigma / h(\beta), & \beta < |\xi| \le \alpha, \end{cases}$ $\quad K = \left(1+\kappa_1\right)/2G_1 + \left(1+\kappa_2\right)/2G_2$;

$\kappa_n = 3 - 4\nu_n$; G_n, ν_n – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла D_n ($n = 1, 2$).

Внаслідок гладкості виїмок береги зазорів плавно змикаються. Тому похідна від висоти зазору в точках змикання повинна задовольняти умову $h'(-\alpha) = h'(\alpha) = 0$, яка забезпечує обмеженість контактних напружень.

З умови збереження кількості рідини в зазорах з урахуванням її нестисливості, з рівняння Клапейрона-Менделєєва, з формули Лапласа та з умови існування обмеженого розв'язку СІР отримано систему чотирьох трансцендентних рівнянь для визначення ширини просвітів, ширини ділянки дії газу, тиску рідини та тиску газу. Запропоновано аналітично-числову процедуру розв'язання цієї системи рівнянь і СІР.

1. *Kozachok O. P., Martynyak R. M.* Contact problem for wavy surfaces in the presence of an incompressible liquid and a gas in interface gaps // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2018. – DOI: 10.1177/1081286518781679.
2. *Козачок О.П., Мартиняк Р.М., Слободян Б.С.* Взаємодія тіл з регулярним рельєфом за наявності міжконтактного середовища. – Львів: Растр-7., 2018. – 200 с.

INTERACTION OF ELASTIC BODIES TEXTURED WITH SMOOTH GROOVES TAKING INTO ACCOUNT IDEAL GAS AND LIQUID THAT WETS THE SURFACES OF THE BODIES

The model of contact interaction between two elastic solids in the presence of a ideal gas and a wetting liquid inside interface gaps is proposed. The difference between a gas pressure and a liquid pressure is described by the Laplace formula. The non-linear problem of elasticity is reduced to a singular integral equation with Hilbert kernel for a height of the gaps. For calculating a length of the gaps and a length of a zone of gas action and gas and liquid pressures, four transcendent equations are obtained.