Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,
27–29 травня 2019 р., Львів

УДК 517.95

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ГІПЕРБОЛІЧНОЮ СИСТЕМОЮ В СЕКТОРІ

Олександр Гнатюк, Наталія Дубровна, Володимир Кирилич

Львівський національний університет імені Івана Франка,Vkyrylych@ukr.net

У області $S=\{(x,t)\in\mathbb{R}^2 : t\in(0,T), -kt<x<kt, k=\mathrm{const}>0\}$ розглянуто деякий процес $y(x,t)$, еволюцію якого в часі та просторі описано напівлінійною системою гіперболічних рівнянь.

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}+\lambda(x,t)\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}= f(y(x,t),x,t), \tag{1}$$

де $y: S\to\mathbb{R}^n$ вектор-функція розв’язку,

$$\lambda(x,t)=\mathrm{diag}(\lambda_1(x,t),\ldots,\lambda_n(x,t)),$$

а $f:\mathbb{R}^n\times S\to\mathbb{R}^n$ нелінійна функція.

Нехай $I=\{1,2,\ldots,n\}$,

$$I_+=\{i\in I: \lambda_i(x,t)>k, (x,t)\in\bar{S}\},$$

$$I_+=\{i\in I: \lambda_i(x,t)>-k, (x,t)\in\bar{S}\},$$

$$\mathrm{card}\, I_+=m,\ \ \mathrm{card}\, I_-=n-m.\cdot$$

Для системи розглянемо крайові умови:

$$\begin{cases} y^+(-kt,t)=\gamma^+(y^-(-kt,t),u_1(t),t), \\ y^-(-kt,t)=\gamma^-(y^+(kt,t),u_2(t),t). \end{cases} \tag{2}$$

Тут $y^\pm$ підвектори вектора y, що відповідають відповідним додатнім та від’ємним власним значенням характеристичної матриці системи (1), u_1 і u_2 керуючі впливи такі, що для компактів U^1, U^2, $u_1:[0,T]\to U^1$, $U^1\subset\mathbb{R}^{m_1}$, $u_2:[0,T]\to U^2$, $U^2\subset\mathbb{R}^{m_2}$, $(m_i\in\mathbb{N})$,

$$\gamma^{+}:\mathbb{R}^{m}\times U^{1}\times[0,T]\to\mathbb{R}^{m},$$

$$\gamma^{-}:\mathbb{R}^{n-m}\times U^{2}\times[0,T]\to\mathbb{R}^{n-m}.$$

Нехай цільовий функціонал має вигляд

$$I(u_1,u_2)=\int_0^T G_0(y^{+}(-kt,t),y^{-}(kt,t),t)dt+\iint_S G(y(x,t).x.t)dxdt, \qquad (3)$$

де $G_0:\mathbb{R}^{m}\times\mathbb{R}^{n-m}\times[0,T]\to[0,T]$, $G:\mathbb{R}^{n}\times\overline{S}\to\overline{S}$, і є вимірними на своїх множинах визначення для довільної функції y із відповідного простору.

Отже, потрібно дослідити задачу

$$\min_{u_1,u_2} I(u_1,u_2), \qquad (4)$$

де мінімум береться за тими u_1 і u_2, для яких існує єдиний узагальнений, у певному сенсі, розв’язок задачі (1)-(2).

У роботі за допомогою методики праць [1,2] встановлено достатні умови існування узагальненого розв’язку задачі (1)-(2) та виведено необхідні умови оптимальності для задачі (1)-(4).

1. *Аргучинцев А. В.* Оптимальное управление гиперболическими системами. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 168 с.
2. *Derevianko T. O., Kyrylych V. M.* Problem of optimal control for a semi linear hyperbolic system of equations of the first order with infinite horizon planning // Ukrainian Math. Journal. – 2015. – 67, № 2. – P. 211–229.

OPTIMAL CONTROL PROBLEM OF HYPERBOLIC SYSTEM IN SEGMENT

We established sufficient conditions of existence of generalized solution of hyperbolic system in segment and we found necessity conditions to the solution of this system with respect to the given functional.