

**ПОБУДОВА АНАЛІТИЧНОГО РОЗВ'ЯЗКУ
ТРИВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ
ТРАНСВЕРСАЛЬНО ІЗОТРОПНОГО ПРОСТОРУ
З ВНУТРІШНІМИ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА**

Дмитро Бойко, Юрій Токовий

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, semveyn@gmail.com

Дослідження термомеханічної поведінки пружних анізотропних композитних тіл за дії довільного теплового навантаження у загальній тривимірній постановці є однією з найскладніших і водночас важливих проблем механіки деформівного твердого тіла. Зокрема, завдяки широкому застосуванню композитних матеріалів, виготовлених з великої кількості тонких шарів [1], та волокнистих композитів з гексагональною укладкою волокон [2], є актуальним розвиток ефективних методів дослідження термонапруженого стану трансверсально ізотропних тіл, пружні та теплофізичні властивості яких в одному з просторових напрямків (трансверсальному) відрізняються від властивостей в інших напрямках (площина ізотропії) [3].

Дослідження тривимірного термонапруженого стану для трансверсально ізотропних композитів у статичному та динамічному випадках є значно складнішим у порівнянні з ізотропними тілами, оскільки ключові рівняння відповідних задач термопружності мають коефіцієнти, що залежать від анізотропних модулів. Співвідношення між цими модулями суттєво впливає на поведінку коренів характеристичних рівнянь та форму розв'язку задачі, що становить особливе ускладнення у тривимірному формулюванні. Тому, велика кількість літературних джерел спрямовані на вивчення окремих класів задач теорії пружності та термопружності трансверсально ізотропних тіл, що передбачають певні спрощення, наприклад, теорії пластин і оболонок, плоскі, антиплоскі та осесиметричні задачі, задачі чистого кручення тощо [4].

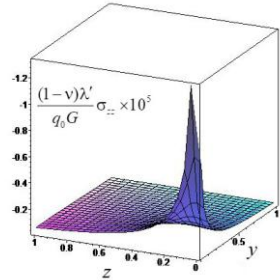
У цій роботі наведено застосування методу прямого інтегрування [5] стосовно побудови аналітичного розв'язку загальної тривимірної задачі визначення температури і відповідних термонапружень у трансверсально ізотропному пружному композиті з довільним локальним розподілом внутрішніх джерел тепла. Застосувавши загальну стратегію методу, задачу термопружності в напруженнях зведено до ключових рівнянь для окремих компонент тензора напружень і розв'язано аналітично в просторі подвійного інте-

<http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2019>

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019», 27–29 травня 2019 р., Львів

грального перетворення Фур'є. Проаналізовано можливі форми розв'язків ключових рівнянь у залежності від співвідношення між пружними характеристиками матеріалу у площині ізоотропії та в поперечному до неї напрямку. Розрахунок температури та термонапружень у фізичній області можна здійснити за знайденими образами з допомогою аналітичної або чисельної реалізації оберненого перетворення.

Проаналізовано тепловий та термонапружений стани трансверсально ізоотропного простору з теплофізичними та пружними властивостями гексагонального цинку [5] за типових розподілів теплових джерел. На рисунку наведено розподіл нормальних напружень у трансверсальному напрямку σ_{zz} за дії точкового джерела тепла інтенсивності q_0 , розташованого у початку координат



(ν , G – коефіцієнт Пуассона й модуль зсуву у площині ізоотропії, λ' – коефіцієнт теплопровідності у трансверсальному напрямку). З віддаленням від джерела згасаюча поведінка напружень є різною за напрямками y та z через відмінності пружних модулів трансверсально ізоотропного матеріалу.

1. Liu G. R., Tani J., Watanabe K., Ohyoshi T. Lamb wave propagation in anisotropic laminates // J. Appl. Mech. – 1990. – 57. – P. 923–929.
2. Christensen R. M., Zywicki E. A three-dimensional constitutive theory for fiber composite laminated media // J. Appl. Mech. – 1990. – 57. – P. 948–955.
3. Chen W. Q., Zhu J., Li X. Y. General solutions for elasticity of transversely isotropic materials with thermal and other effects: A review // J. Therm. Stresses. – 2019. – 42, No. 1. – P. 90–106.
4. Подільчук Ю. Н. Точные аналитические решения пространственных граничных задач статики трансверсально-изотропного тела канонической формы (обзор) // Прикл. мех. – 1997. – 33, № 10. – С. 3–30.
5. Tokovyy Y. Direct integration of three-dimensional thermoelasticity equations for a transversely isotropic layer // J. Therm. Stresses. – 2019. – 42, No. 1. – P. 49–64.

CONSTRUCTION OF AN ANALYTICAL SOLUTION TO A THREE-DIMENSIONAL THERMOELASTICITY PROBLEM FOR A TRANSVERSALLY ISOTROPIC SPACE WITH INNER HEAT SOURCES

The method of direct integration is extended to a case of a three-dimensional thermoelasticity problem for a transversally isotropic space subjected to locally distributed steady-state heat sources. The problem is reduced to a set of governing equations for individual stress-tensor components with corresponding boundary conditions. The solutions to the governing equations are constructed for different ratio between the anisotropic moduli.