

## ДІАГОНАЛІЗАЦІЯ ІДЕМПОТЕНТНИХ МАТРИЦЬ НАД ДУО КІЛЬЦЕМ

Андрій Білоус

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, a.bilous1610@gmail.com

**Означення 1.** Кільце  $R$  називатимемо дуо кільцем, якщо кожен правий, чи лівий ідеал кільця  $R$  є двобічним. Прикладами дуо кільця є комутативні кільця, тіла, прямі суми тіл, абелево регулярні кільця.

**Означення 2.** Комутативне кільце  $R$  називають  $PT$  (projective trivial) кільцем, якщо кожна довільна матриця над  $R$  є подібною до діагональної матриці.

Одержані теореми узагальнюють результати роботи [1], на випадок дуо кільця.

**Теорема 1.** Нехай  $R$  – дуо кільце, і  $A \in n \times n$  ідемпотентна матриця над кільцем  $R$ . Якщо існують такі оборотні матриці  $P$  і  $Q$ , що  $PAQ$  є діагональною матрицею, тоді існує така оборотна матриця  $U$ , що  $UAU^{-1}$  є діагональною матрицею.

**Теорема 2.** Нехай  $R$  –  $PT$  дуо кільцем. Тоді довільний унімодулярний рядок  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  з  $R^n$  можна доповнити до оборотної матриці.

**Теорема 3.** Нехай  $R$  – дуо кільцем. Тоді наступні умови є еквівалентними:

- 1) Довільна ідемпотентна матриця  $A$  над  $R$  діагоналізується відносно перетворень подібності.
- 2) Довільна ідемпотентна матриця  $A$  над  $R$  має характеристичний вектор.

**Теорема 4.** Нехай  $R$  –  $PT$  дуо кільцем і  $A \in n \times n$  ідемпотентна матриця над кільцем  $R$ . Тоді:

- 1) Існує така оборотна матриця  $A$ , що  $PAQ^{-1} = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , де  $a_i$  ділить  $a_{i+1}$  для  $1 \leq i \leq n$ .
- 2) Якщо  $Q$  є оборотною матрицею такою, що  $QAQ^{-1} = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , де  $b_i$  ділить  $b_{i+1}$  для  $1 \leq i \leq n$ . Тоді  $a_i = b_i$  для  $1 \leq i \leq n$ .

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2019»,  
27–29 травня 2019 р., Львів**

1. *Steger A.* Diagonability of idempotent matrices // Pacific J. Math. – 1966. – V. 19, № 3. – P. 535–542.
2. *Kaplansky I.* Elementary divisors and modules // Trans. Amer. Math. Soc. – 1949. – V. 66. – P. 464–491.
3. *Menal P., Moncasi J.* On regular rings with stable range 2 // J. Pure Appl. Algebra. – 1982. – V. 24, № 1. – P. 25–40.
4. *Henriksen M.* On a class of regular rings that are elementary divisor rings // Arch. Math. – 1973. – V. 24. – P. 133–141.
5. *Ara P., Goodearl K.R., K.C.O'Meara, Pardo E.* Diagonalization of matrices over regular rings // Lin. Alg. Appl. – 1997. – 265. – P. 147–136.

**DIAGONABILITY OF IDEMPOTENT MATRICES  
OVER APT DUO RING**

*We prove that idempotent matrix over PT duo ring  $R$  is diagonalizable under a similarity transformation.*