**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

УДК 517.52

НЕРІВНОСТІ ТИПУ БЕРНШТЕЙНА-НІКОЛЬСЬКОГО ДЛЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ПОЛІНОМІВ З НАЙКРАЩИМ ВИБОРОМ ГАРМОНІК

Ганна Власик

Інститут математики НАН України, annawlasik@gmail.com

Нехай L_q, $1 \le q \le \infty$, – простір вимірних 2π-періодичних функцій f зі стандартною нормою. Для функції $f \in L_1$ розглянемо її ряд Фур'є

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} \hat{f}(k) e^{ikx},$$

де $\hat{f}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, e^{-ikx} dx$ – коефіцієнти Фур'є функції f. Скрізь нижче будемо вважати, що для $f \in L_1$ виконується умова $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = 0$.

Далі, нехай $\psi(\tau) \neq 0, \tau \in \mathbb{N}$, – довільна функція натурального аргументу, β – довільне фіксоване дійсне число. Якщо ряд

$$\sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{\hat{f}(k)}{\psi(|k|)} e^{i(kx + \beta \frac{\pi}{2} sign\, k)}$$

є рядом Фур'є деякої сумовної функції, то її, наслідуючи О. І. Степанця [1, с. 25], назвемо (ψ, β) – похідною функції f і позначимо f_β^ψ. Зауважимо, що якщо $\psi(|k|) = |k|^{-r}$, $r > 0$, $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, то (ψ, β) – похідна функції f співпадає з її (r, β) – похідною (позначення f_β^r) в сенсі Вейля-Надя.

Для ψ – додатних і незростаючих та $\beta \in \mathbb{R}$ покладемо

$$\mathcal{T}_m(\psi, \beta, q, p) = \inf_{K_m} \sup_{t \in T(K_m)} \frac{\left\| t_\beta^\psi \right\|_q}{\|t\|_p}, 1 \le p, q \le \infty,$$

де $T(K_m) = \{t : t(x) = \sum_{j \in K_m} c_j e^{ijx}\}$, а $K_m = \{j_1, \dots, j_m\}$ – довільний набір із m різних цілих чисел.

Позначимо через Ψ множину додатних і незростаючих послідовностей $\psi(\tau), \tau \in \mathbb{N}$, таких, що $\frac{\psi(\tau)}{\psi(2\tau)} \le C$, де $C > 0$ деяка абсолютна стала.

Справедливе твердження.

Теорема. *Нехай* $2 \le p < \infty$, $\psi(\tau), \tau \in \mathbb{N}$, *– додатня і незростаюча послідовність,* $\beta \in \mathbb{R}$. *Тоді має місце співвідношення*

$$\mathcal{T}_m(\psi,\beta,q,p) \ll \psi^{-1}(m)m^{\frac{1}{p}}.$$

Якщо ж $\psi(\tau) \in \Psi$, $\tau \in \mathbb{N}$, *і, крім того, існує таке* $\varepsilon > 0$, *що послідовність* $\psi(\tau)\tau^{\varepsilon}$ *не зростає, то*

$$\mathcal{T}_m(\psi,\beta,q,p) \asymp \psi^{-1}(m)m^{\frac{1}{p}}.$$

1. *Степанец А. И.* Классификация и приближение периодических функций. – К.: Наук. думка, 1987. – 268 с.

THE BERNSTEIN-NICOL'SKII TYPE INEQUALITIES FOR TRIGONOMETRIC POLYNOMIALS WITH THE BEST CHOICE OF HARMONICS

The Bernstein-Nicol'skii type inequalities for trigonometric polynomials with the best choice of harmonics are obrained.