

## ДОСТАТНІ УМОВИ ЗБІЖНОСТІ ТРИВИМІРНОГО НЕПЕРЕРВНОГО ДРОБУ

Левко Вентик

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, leofun01@gmail.com

Відомо, що для збіжності одновимірного неперервного дробу вигляду:

$$f = D_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n}{b_n} \right) = \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \dots}} \quad (1)$$

достатньо, щоб при всіх  $n = 1, 2, \dots$  для коефіцієнтів дробу виконувалась наступна умова (ознака Прінгсхейма):

$$|a_n| + 1 \leq |b_n|. \quad (2)$$

Також відомо, що якщо неперервний дріб (1) збіжний, то еквівалентний неперервний дріб

$$f = \frac{1}{r_0} D_{n=1}^{\infty} \left( \frac{r_{n-1} r_n a_n}{r_n b_n} \right) = \frac{r_1 a_1}{r_1 b_1 + \frac{r_1 r_2 a_2}{r_2 b_2 + \dots}} \quad (3)$$

(де  $r_n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ) теж збіжний і послідовності підхідних дробів (1) і (3) є однакові (рівні).

На основі цих двох фактів вдалось встановити, що для збіжності неперервного дробу (1) достатньо, щоб виконувалась наступна умова (при всіх  $n = 1, 2, \dots$ ):

$$4|a_n| \leq |b_{n-1}| |b_n|. \quad (4)$$

2-вимірний неперервний дріб

$$f_2 = D \left( \frac{a_2}{b_2 + 2f_1} \right)$$

є збіжним, якщо

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,  
23–25 травня 2017 р., Львів**

$$\left(4|a_1| \leq |b_1|^2\right) \wedge \left(4|a_2| \leq |b_2 + 2f_1|^2\right).$$

Якщо  $b_1 = b_2$ , то достатніми умовами збіжності будуть наступні

$$\left(4|a_1| \leq |b_1|^2\right) \wedge \left(4|a_2| \leq |b_1^2 + 4a_1|\right).$$

Якщо  $b_1 = b_2 = 1$ , то достатньою умовою є

$$\left(|a_1| \leq \frac{1}{4}\right) \wedge \left(|a_2| - |a_1| \leq \frac{1}{4}\right).$$

Якщо  $b_1 = b_2 \wedge a_1 = a_2$ , то для збіжності 2-вимірного дробу достатньо щоб виконувалась така умова

$$4|a_1| \leq |b_1|^2.$$

**3-вимірний неперервний дріб**

$$f_3 = D \left( \frac{a_3}{b_3 + 3f_1 + 3f_2} \right)$$

є збіжним, якщо

$$\left(4|a_1| \leq |b_1|^2\right) \wedge \left(4|a_2| \leq |b_2 + 2f_1|^2\right) \wedge \left(4|a_3| \leq |b_3 + 3f_1 + 3f_2|^2\right).$$

Якщо  $b_1 = b_2 = b_3$ , то достатніми умовами збіжності будуть наступні

$$\begin{aligned} & \left(4|a_1| \leq |b_1|^2\right) \wedge \left(4|a_2| \leq |b_1|^2 + 4|a_1|\right) \wedge \\ & \wedge \left( \frac{4}{3} \sqrt{|a_3|} \leq \left| \left( \frac{-1}{3} \right) b_1 \pm 2\sqrt{b_1^2 + 4a_1} \pm \sqrt{b_1^2 + 8a_1} \right| \right). \end{aligned}$$

1. Кучмінська Х. Й. Двовимірні неперервні дроби. – Львів 2010. – 217 с.

**SUFFICIENT CONDITION FOR CONVERGENCE OF  
TREE-DIMENSIONAL CONTINUED FRACTION**

*Sufficient conditions for convergence of the 1-, 2- and 3-dimensional continued fractions of special forms were found.*