

НАЙКРАЩІ БІЛІНІЙНІ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСІВ (ψ, β) - ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Катерина Швай

Інститут математики НАН України, kate.shvai@gmail.com

Робота присвячена дослідженню найкращих білінійних наближень класів $L_{\beta, p}^{\psi}$ періодичних функцій багатьох змінних у просторі $L_{q_1, q_2}(\pi_{2d})$ при деяких співвідношеннях між параметрами p , q_1 та q_2 .

Нехай $L_{q_1, q_2}(\pi_{2d})$, $1 \leq q_1, q_2 < \infty$, – множина функцій $f(x, y)$, $x, y \in \pi_d$, зі скінченною мішаною нормою

$$\|f(x, y)\|_{L_{q_1, q_2}(\pi_{2d})} = \|f(x, y)\|_{q_1, q_2} = \left\| \|f(\cdot, y)\|_{q_1} \right\|_{q_2},$$

яка обчислюється послідовно, спочатку за змінною x у просторі $L_{q_1}(\pi_d)$, а потім – від результату за змінною y у просторі $L_{q_2}(\pi_d)$.

Означення. Найкращим білінійним наближенням порядку M функціонального класу $F \subset L_{q_1, q_2}$, $1 \leq q_1, q_2 < \infty$, називається величина

$$\tau_M(F)_{q_1, q_2} = \sup_{f \in F} \tau_M(f)_{q_1, q_2} = \sup_{f \in F} \inf_{u_i(x), v_i(y)} \left\| f(x, y) - \sum_{i=1}^M u_i(x) v_i(y) \right\|_{q_1, q_2},$$

де $u_i \in L_{q_1}(\pi_d)$, $v_i \in L_{q_2}(\pi_d)$.

У роботі встановлено порядкові оцінки найкращих білінійних наближень функцій $2d$ змінних вигляду $f(x-y)$, $x, y \in \pi_d$, утворених із функцій d змінних $f(x) \in L_{\beta, p}^{\psi}$ зсувом їх аргументу $x \in \pi_d$ на всеможливі $y \in \pi_d$, в просторі $L_{q_1, q_2}(\pi_{2d})$ при деяких співвідношеннях між параметрами p , q_1 та q_2 . Зазначимо, що класи $L_{\beta, p}^{\psi}$ є узагальненням добре відомих класів Вейля–Надя

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

$W_{\beta,p}^r$ (див., наприклад, [1, с. 31]). Зазначимо також, що деякі апроксимативні характеристики класів $L_{\beta,p}^{\psi}$ досліджувалися в роботі [2].

Через D будемо позначати множину функцій натурального аргументу $\psi_j, j = \overline{1,d}$, які задовольняють умови:

1. $\psi_j, j = \overline{1,d}$, – додатні та незростаючі;
2. $\forall j = \overline{1,d} \exists M_j > 0$ такі, що $\forall l \in \mathbb{N} \frac{\psi_j(l)}{\psi_j(2l)} \leq M_j$.

Одержані результати будемо формулювати в термінах порядкових співвідношень. При цьому для величин A та B запис $A \ll B$ означає, що існує стала $C_1 > 0$ така, що $A \leq C_1 B$. Якщо $A \ll B$ і $B \ll A$, то пишуть $A \asymp B$.

Сформулюємо один із одержаних результатів.

Теорема. Нехай $2 \leq p < q_1 < \infty, 1 \leq q_2 \leq \infty, \psi_j \in D, \beta_j \in \mathbb{R}, j = \overline{1,d}, i$,

крім того, існує $\varepsilon > 0$ таке, що $\psi_j(|k_j|)|k_j|^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$ не зростають. Тоді для будь-яких натуральних M і n , що задовольняють умову $M \asymp 2^n n^{d-1}$, має місце співвідношення

$$\Phi(n) \ll \tau_M \left(L_{\beta,p}^{\psi} \right)_{q_1,q_2} \ll \Psi(n).$$

1. Темляков В. Н. Приближение функций с ограниченной смешанной производной // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1986. – **178**, № 2 – С. 3–113.
2. Романюк А. С. О приближении классов периодических функций многих переменных // Укр. мат. Журн. – 1992. – **44**, № 5 – С. 662–672.

**BEST BILINEAR APPROXIMATIONS OF CLASSES OF (ψ, β) -
DIFFERENTIABLE PERIODIC MULTIVARIATE FUNCTIONS**

We obtain order estimates of the best bilinear approximations of $2d$ -variable functions $f(x-y), x, y \in \pi_d$, formed by d -variable functions $f(x) \in L_{\beta,p}^{\psi}$ with the use of shift of an argument $x \in \pi_d$ on all possible values of $y \in \pi_d$, in the space $L_{q_1,q_2}(\pi_{2d})$.