

## УСЕРЕДНЕНІ ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЧНОГО КОМПОЗИТУ З ТОНКОСТІННИМИ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Роман Рабош

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, rabosh@iapmm.lviv.ua

Розглянемо поширення плоскої SH-хвилі у пружному середовищі з масивом випадково розподілених тонкостінних п'єзоелектричних включень слабкої контрастності. Матеріал неоднорідностей належить до кристалографічного класу *bmm*. Форма включень вважається однаковою, а просторова орієнтація може бути випадковою або впорядкованою.

Дисперсію та загасання хвиль, які спричинені процесом їх розсіяння неоднорідностями, можна описати за допомогою комплексного хвильового числа [1]

$$K(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} + i\alpha(\omega). \quad (1)$$

де  $c(\omega)$  та  $\alpha(\omega)$  – ефективна фазова швидкість поперечних хвиль та коефіцієнт їх загасання.

З іншого боку для хвильового числа виконується дисперсійне співвідношенням Фолді [2, 3]

$$K^2(\omega) = k_1^2 + \frac{\varepsilon}{\pi a^2} F, \quad \zeta_0 = \zeta a^{-3} V. \quad (2)$$

Тут  $k_1$  – хвильове число поперечних хвиль у матриці;  $\pi a^2$  – площа поперечного перерізу волокна ( $a$  – його характерний розмір);  $\varepsilon$  – об'ємна концентрація включень;  $F$  – усереднене значення приведеної амплітуди розсіяння поздовжньої хвилі поодиноким включенням «вперед».

Для впорядковано орієнтованих наповнювачів справедливе співвідношення

$$F = f(\omega, \theta_m), \quad (3)$$

а для випадково орієнтованих

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,  
23–25 травня 2017 р., Львів**

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega, \theta_{in}) d\theta_{in}, \quad (4)$$

де  $f(\omega, \theta_{in})$  – амплітуда розсіяного поля від поодинокого включення. Вирази для визначення  $f(\omega, \theta_{in})$  наведено у [4].

Тоді із (1)–(4) отримаємо формули для визначення усереднених швидкостей позовжніх хвиль у даному композиті

$$c_e = \frac{\omega}{\operatorname{Re}[K_1(\omega)]}, \quad \alpha(\omega) = \operatorname{Im}[K_1(\omega)] = 0. \quad (5)$$

Слід зазначити, що наведені формули придатні для композитів із незначною концентрацією наповнювачів, коли їх взаємодію можна знехтувати.

З використанням формул (3)–(5) здійснено числовий аналіз ефективних швидкостей поперечних хвиль  $c_e$  при різних механічних властивостях композиту.

1. *Zhang Ch., Gross D.* On Wave Propagation in Elastic Solids with Cracks. – Southampton: Computational Mechanics Publications, 1998. – 248 p.
2. *Mykhas'kiv V.V.* Numerical Simulation of Wave Propagation in 3D Elastic Composites with Rigid Disk-Shaped Inclusions of Variable Mass, Chapter 2. Composites and Their Applications (edited by N. Hu). – Rijeka (Croatia): InTech Press, 2012. – P. 17–36.
3. *Foldy L. L.* Multiple scattering theory of waves // Physical Review. – 1945. – Vol. 67 – P. 107–119.
4. *Kunets Ya.I., Matus V.V., Mishchenko V.O., Rabosh R.V.* SH-wave Scattering by Plane Low Contrast Piezoelectric Inclusion // Proc. XXI Int. Seminar/Workshop «Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory» (DIPED–2016). – Tbilisi. – 2016. – P. 142–144.

**AVERAGED DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MATRIX COMPOSITE  
WITH THIN PIEZOELECTRIC INCLUSIONS**

*Propagation of plane SH-waves in matrix composite, which consists of elastic matrix with randomly distributed thin piezoelectric inclusions is considered. Average dynamic parameters of the composite are investigated using Foldy's approximation and solution for a single scatterer.*