УДК 512.546

ІЗОМОРФІЗМИ ВІЛЬНИХ ТОПОЛОГІЧНИХ ГРУП ТА ВІДНОСНІ ТОПОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

Назар Пирч

Українська академія друкарства, pnazar@ukr.net

Нехай $\{X_S : s \in S\}$ – сім'я підпросторів топологічного простору X, $\{Y_S : s \in S\}$ – сім'я підпросторів топологічного простору Y. Скажемо, що сім'я $\left(X, \{X_S : s \in S\}\right)$ є M-еквівалентною сім'ї $\left(Y, \{Y_S : s \in S\}\right)$, якщо існує топологічний ізоморфізм вільних топологічних груп $i : F(X) \to F(Y)$ такий, що $i\left(\langle X_S \rangle\right) = \langle Y_S \rangle$. (позн. $\left(X, \{X_S : s \in S\}\right) \overset{M}{\sim} \left(Y, \{Y_S : s \in S\}\right)$).

Нехай G − топологічна група. Скажемо, що підпростір A топологічного простору X є G-щільним у X, якщо довільне неперервне відображення $f : X \to G$ допускає не більше одного неперервного продовження на X.

Твердження 1. *Нехай G − топологічна група, $\left(X, A\right) \overset{M}{\sim} \left(Y, B\right)$. Якщо підпростір A є G-щільним у X, то підпростір B є G-щільним у Y.*

Скажемо, що сім'я підпросторів $\{X_S : s \in S\}$ утворює G-покриття простору X, якщо для довільного відображення $f : X \to G$ з неперервності всіх звужень $f|_{X_s}$ випливає неперервність відображення f.

Твердження 2. *Нехай G − топологічна група,*

$$\left(X, \{X_S : s \in S\}\right) \overset{M}{\sim} \left(Y, \{Y_S : s \in S\}\right).$$

Якщо сім'я підпросторів $\{X_S : s \in S\}$ утворює G-покриття простору X, то сім'я підпросторів $\{Y_S : s \in S\}$ утворює G-покриття простору Y.

Скажемо, що підпростір A топологічного простору X є зв'язним відносно X, якщо для довільних двох неперетинних відкрито-замкнених підмножин $U, V \subseteq X$ таких, що $U \cup V = X$ маємо, що $A \subseteq U$, або $A \subseteq V$.

Твердження 3. *Нехай* $G-$ *топологічна група,* $(X,A)\overset{M}{\sim}(Y,B)$. *Якщо підпростір* A *є зв'язним у* X *, то підпростір* B *є зв'язним у* Y .

Скажемо, що простір X є псевдокомпактним відносно підпростору A, якщо довільна неперервна дійснозначна функція f така, що $f|_A = const$ є обмеженою на X .

Твердження 4. *Нехай* $G-$ *топологічна група,* $(X,A)\overset{M}{\sim}(Y,B)$. *Якщо простір* X *є псевдокомпактним відносно* A, *то простір* Y *є псевдокомпактним відносно* B .

Твердження 5. *Нехай* $G-$ *топологічна група,* $\{\tau_s : s\in S\}$ *− сім'я нескінченних кардиналів, якщо* $\left(X,\{X_s : s\in S\}\right)\overset{M}{\sim}\left(Y,\{Y_s : s\in S\}\right)$ *і для довільного неперервного відображення* $f: X\to G$ *для всіх* $s\in S$ *виконується умова* $\left|f(X_s)\right|\le\tau_s$. *Тоді для довільного неперервного відображення* $f: Y\to G$ *для всіх* $s\in S$ *виконується умова* $\left|f(Y_s)\right|\le\tau_s$.

Твердження 6. *Нехай* G *− топологічна група,* $\{\tau_s : s\in S\}$ *− сім'я нескінченних кардиналів, якщо* $\left(X,\{X_s : s\in S\}\right)\overset{M}{\sim}\left(Y,\{Y_s : s\in S\}\right)$ *і для довільного неперервного відображення* $f: X\to G$ *для всіх* $s\in S$ *виконується умова* $nw\left(f(X_s)\right)\le\tau_s$. *Тоді для довільного неперервного відображення* $f: Y\to G$ *для всіх* $s\in S$ *виконується умова* $nw\left(f(Y_s)\right)\le\tau_s$.

ISOMORPHISMS OF FREE TOPOLOGICAL GROUPS AND HEREDITARY TOPOLOGICAL PROPERTIES

We consider series of hereditary properties preserved by the relations of M-equivalence.