

## **МЕТОДИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ ДЛЯ ЗАДАЧІ ПРО ТЕРМОМЕХАНІЧНИЙ КОНТАКТ ДЕКІЛЬКОХ ПРУЖНИХ ТІЛ**

**Ігор Прокопишин**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, [ihor84@gmail.com](mailto:ihor84@gmail.com)

Розглянуто термопружну контактну задачу для декількох пружних тіл скінченних розмірів. Між тілами виконуються умови одностороннього механічного контакту без тертя та неідеального теплового контакту. Вважається, що коефіцієнт контактного теплообміну є функцією від нормального контактного напруження та фактичного зазору між тілами.

У працях [1, 2] отримано слабке формування цієї задачі у вигляді системи зв'язаних варіаційного рівняння та варіаційної нерівності.

У пропонуваній роботі, використовуючи метод штрафу, цю систему зведено до системи зв'язаних лінійного і нелінійного варіаційних рівнянь у гільбертовому просторі. Для розв'язування отриманої системи варіаційних рівнянь запропоновано ряд ітераційних методів декомпозиції області (МДО), які полягають у паралельному або послідовному розв'язуванні на кожному ітераційному кроці для кожного із тіл двох незв'язаних лінійних варіаційних рівнянь, одне з яких відповідає задачі теплопровідності з умовами Ньютонна на ділянках можливого контакту, а інше – задачі теорії пружності з додатковими об'ємними силами у тілах та умовами Робіна на зонах можливого контакту. Ці МДО є узагальненнями ітераційних алгоритмів декомпозиції області типу Робіна, розроблених у працях [3–5] для задач механічного контакту.

Здійснено програмну реалізацію отриманих методів для плоских задач про термопружний контакт одного тіла з жорстким нагрітим штампом та двох і трьох пружних тіл між собою на основі скінченноелементних апроксимацій на лінійних і квадратичних трикутних елементах. Розроблені алгоритми апробовано для дослідження задачі про термоконтактну взаємодію тіла з нагрітою жорсткою основою та задачі про термопружний контакт двох тіл за наявності зазору між ними. Проаналізовано розподіли нормального контактного напруження. Показано узгодження числових результатів із розв'язками, одержаними іншими методами у працях [1, 6].

Перевагами розроблених ітераційних методів є те, що вони містять лише один ітераційний цикл, не вимагають розв'язування на кожній ітерації

## Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017», 23–25 травня 2017 р., Львів

нелінійних задач, дозволяють організувати розпаралелювання обчислень для випадку контакту значної кількості тіл та застосувати найбільш оптимальні числові методи та математичні моделі в окремих тілах.

1. *Бобылёв А. А. (мл.)* Задача о контактном взаимодействии упругого тела с выпуклым нагретым штампом // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка. – 2010. Вип. 14, т. 1. – С. 192–198.
2. *Бобылёв А. А. (мл.)* Задача о сжатии упругой двухслойной полосы жесткими нагретыми выпуклыми штампами // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка. – 2010. – Вип. 14, т. 2. – С. 15–22.
3. *Прокопишин І. І.* Схеми декомпозиції області на основі методу штрафу для задач контакту пружних тіл: дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фіз.-мат. наук: спеціальність 01.05.02 – «Мат. моделювання та обчисл. методи». – Львів, 2010. – 163 с.
4. *Дууак І. І., Прокопышун І. І., Prokopyshyn I. A.* Penalty Robin–Robin domain decomposition methods for unilateral multibody contact problems of elasticity: Convergence results // arxiv.org. – 2012. – <http://arxiv.org/pdf/1208.6478.pdf>. – 32 p.
5. *Прокопишин І. І., Дяк І. І., Мартиняк Р. М.* Числове дослідження задач про контакт трьох пружних тіл методами декомпозиції області // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2013. – Т. 49, № 1. – С. 46–55.
6. *Мартиняк Р. М., Чумак К. А.* Термопружний контакт півпросторів, що мають однакові термічні дистортивності, за наявності теплопроникного міжповерхневого просвіту // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – Т. 51, № 3. – С. 163–175.

### DOMAIN DECOMPOSITION METHODS FOR PROBLEM OF THERMOMECHANICAL CONTACT BETWEEN SEVERAL ELASTIC BODIES

*We consider a thermoelastic multibody contact problem with unilateral mechanical and imperfect thermal contact conditions between the bodies. Using a penalty method, we obtain a weak formulation of this problem in the form of a system of linear and nonlinear variational equations in Hilbert space. To solve this variational system, we propose a class of iterative Robin–Robin type domain decomposition algorithms. In each iterative step of these algorithms one have to solve two linear variational equations for each of the bodies, which correspond to heat conduction problem with Newton boundary conditions on the possible contact areas and linear elasticity problem with additional volume forces and Robin boundary conditions. The program implementation of proposed algorithms is made for plane thermoelastic contact problems with the use of linear and quadratic finite element approximations on triangles. The numerical analysis is performed for one-body and two-body thermoelastic contact problems. Distributions of the normal contact stress are investigated.*