Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017», 23–25 травня 2017 р., Львів

УДК 539.376

РЕЛАКСАЦІЯ ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Ярослав Павлюк, Павло Фернаті, Віра Рагуліна

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, slavikp406@gmail.com

Розглядається релаксація ізотропних однорідних і нестаріючих лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану. Визначальні рівняння релаксації, що задають залежність між компонентами тензора деформацій, тензора напружень і часом, записуються у вигляді:

$$\sigma_{ij}(t)-\delta_{ij}\sigma_0(t)=\frac{2}{3}\frac{\sigma_i\left(t,\varepsilon_i\right)}{\varepsilon_i(t)}\left(\varepsilon_{ij}(t)-\frac{1}{3}\delta_{ij}\varepsilon_v(t)\right),$$

$$\sigma_i\left(\varepsilon_i,t\right)=\frac{3E}{2(1+v)}\left(\varepsilon_i(t)-\lambda_i\int_0^t R_i(t-\tau)\varepsilon_i(\tau)d\tau\right),$$

$$\sigma_0\left(\varepsilon_v,t\right)=\frac{E}{3(1-2v)}\left(\varepsilon_v(t)+\lambda_v\int_0^t R_v(t-\tau)\varepsilon_v(\tau)d\tau\right). \quad (1)$$

Тут $\varepsilon_v(t)$ і $\varepsilon_i(\sigma_i,t)$ – об'ємна деформація та інтенсивність деформації повзучості; $\sigma_0(t)$ і $\sigma_i(\varepsilon_i,t)$ – середнє напруження і інтенсивність напружень; $K_i(t-\tau)$ і $K_v(t-\tau)$ – ядра інтенсивності повзучості і об'ємної повзучості; $R_i(t-\tau)$ і $R_v(t-\tau)$ – ядра інтенсивності релаксації і об'ємної релаксації; E – модуль пружності; v – коефіцієнт Пуассона; λ_i, λ_v – реологічні параметри; δ_{ij} – одинична функція Кронекера.

Компоненти тензора деформацій $\varepsilon_{ij}(t)$ і відповідні їм компоненти тензора напружень $\sigma_{ij}(t)$ при комбінованому деформуванні тонкостінних трубчатих зразків одновісним розтягом зі скрученням записуються у вигляді

$$\varepsilon_{ij}(t)=h(t)\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11} & \varepsilon_{21} & 0\\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}\end{Bmatrix},\qquad \sigma_{ij}(t)=\begin{Bmatrix}\sigma_{11}(t) & \tau_{21}(t) & 0\\ \tau_{12}(t) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{Bmatrix},\qquad (2)$$

де всі позначення співпадають з прийнятими раніше.

Для залежних від часу компонент тензора напружень $\sigma_{ij}(t)$ з першого співвідношення в (1) випливає рівняння

$$\sigma_{ij}(t)=\frac{2}{3}\frac{\sigma_i(t,\varepsilon_i)}{\varepsilon_i(t)}\left(\varepsilon_{ij}(t)-\frac{1}{3}\delta_{ij}\varepsilon_v(t)\right)+\delta_{ij}\sigma_0(t),\qquad (3)$$

звідки для нормальної компоненти $\sigma_{ij}(t)$ при двовісному комбінованому навантажені розтягом зі скрученням при $\varepsilon_{11}=const$, $\varepsilon_{22}=\varepsilon_{33}=const$ і $\varepsilon_{21}=const$ з врахуванням другого і третього співвідношення в (1) отримуємо рівняння

$$\sigma_{11}(t)=\frac{2}{3}E\varepsilon_{11}\left(1-\lambda_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-(\lambda_i+\beta_i)^n t^{(1+n)(1+\alpha_i)}}{\Gamma(1+(1+n)(1+\alpha_i))}\right)+$$

$$+\frac{1}{3}E\varepsilon_{11}\left(1-\lambda_v\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-(\lambda_v+\beta_v)^n t^{(1+n)(1+\alpha_v)}}{\Gamma(1+(1+n)(1+\alpha_v))}\right)\qquad (4)$$

а для дотичної компоненти $\tau_{21}(t)$ – рівняння

$$\tau_{21}(t)=2G\varepsilon_{21}\left(1-\lambda_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-(\lambda_i+\beta_i)^n t^{(1+n)(1+\alpha_i)}}{\Gamma(1+(1+n)(1+\alpha_i))}\right).\qquad (5)$$

Рівняння (4) і (5) дозволяють розрахувати релаксації нормальних і дотичних напружень при одновісному розтягу, чистому скрученні та розтягу зі скрученням.

1. *Голуб В. П., Кобзарь Ю. М., Рагулина В. С.* Метод определения параметров ядер наследственности нелинейно-вязкоупругих материалов с использованием весовых функций // Теорет. и прикл. механика. – 2009. – Вып. 46. – С. 70- 80.

RELAXATION OF LINEAR-VISCOELASTIC MATERIALS UNDER THE COMPLEX STRESS STATE

The system of constitutive equations of linear theory of viscoelasticity establishing the relationship between strain and stress tensor components and the time starting from the hypothesis of the tensor-linear relation has been formulated. The constitutive equations formulated have been approved experimentally on the problems of relaxation of normal and shearing stresses calculation of thin-valled tubular elements under uniaxial tension, torsion and tension with torsion.