

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ГАСІННЯ КОЛИВАННЯ СТРУНИ У ВИПАДКУ СТАЛОЇ ШВИДКОСТІ ДЕМПФЕРА

Микола Овчаренко, Дмитро Бобилєв

Державний вищий навчальний заклад «Криворізький державний педагогічний
університет», bob_d@i.ua, just_paladin@mail.ru

Побудуємо функцію, що описує точковий демпфер на основі методики, яка запропонована А.Г. Бутковським [1].

Розв'яжемо задане рівняння:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g(t, x), \quad t > 0, \quad 0 < x < l, \quad (a > 0) - \text{const}$$

з такими крайовими умовами: $y(0, t) = y(l, t) = 0$, причому, очевидно, що $g(0, t) = g(l, t) = 0$, де t – час, x – координата точки струни, y – функція коливань струни, a – фізичні характеристики струни, l – довжина струни, $g(t, x)$ – керуюча функція.

Розглянемо проблему гасіння (демпфірування) коливань на основі припущення, що керуюча функція $g(t, x)$ належить достатньо малому інтервалу по змінній x : $x \in [\alpha, \beta] \subset [0, l]$, де $\frac{(\beta-\alpha)}{l} \ll 1$. Отже, розглянемо таку задачу гасіння: знайти керуючу функцію $g(t, x)$ (з деякої множини U), яка дозволяє повністю погасити початкові коливання за скінченний час $T > 0$, що відповідає такій цільовій функції:

$$E(t) = \int_0^l \frac{1}{2} (T y_x^2(t, x) + P y_t^2(t, x)) dx = 0;$$

Функцію $y(t, x)$ будемо шукати у вигляді: $y(t, x) = u(x) \cdot v(t)$. Функцію $g(t, x)$, в свою чергу, будемо шукати в такому вигляді: $g(t, x) = v(t) \cdot \delta(x - v_d t)$, $v_d = \text{const}$.

Звідси отримуємо таке звичайне однорідне диференціальне рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами:

$$v''(t) - \lambda \cdot v(t) = 0.$$

З нього впливають такі можливі випадки:

1) $\lambda \geq 0 \Rightarrow v(t) = C_1 e^{\sqrt{\lambda}t} + C_2 e^{-\sqrt{\lambda}t}$,

2) $\lambda < 0 \Rightarrow k_{1,2} = \pm \sqrt{\lambda}i$, $v(t) = C_1 \cos \sqrt{\lambda}t + C_2 \sin \sqrt{\lambda}t$.

Також маємо:

$$a^2 u''(x) - \lambda \cdot u(x) + \delta(x - v_d t) = 0$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

– звичайне неоднорідне диференціальне рівняння II порядку зі сталими коефіцієнтами. Функцію $u(x)$ шукатимемо у вигляді $u(x) = C(x) \sin \frac{\pi n x}{l}$. Звідки отримаємо звичайне диференціальне рівняння II порядку із змінними коефіцієнтами:

$$a^2 C''(x) \sin \frac{\pi n x}{l} + 2a^2 C'(x) \frac{\pi n}{l} \cos \frac{\pi n x}{l} = -\delta(x - v_{\text{дт}}).$$

1. Бутковський А. Г. Управление системами с распределенными параметрами (обзор) // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 11. – С. 16-65.

**PROBLEM SOLVING VIBRATIONS OF STRINGS EXTINGUISHING
UNDER CONSTANT SPEED DAMPER**

In the work for a large time interval T , optimization of the boundary controls by string vibrations is performed for the boundary control problem without displacement at the ends. Optimum boundary controls are sought as functions that deliver a minimum to the corresponding boundary energy integral in the presence of coupling conditions that result from the initial conditions at the initial time $t = 0$.