

ЗГИН ТА РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ ТА КРАЙОВОЮ ТРИЩИНОЮ ЗА СМУГОВОГО КОНТАКТУ ЇЇ БЕРЕГІВ

Крістіна Лендел, Микола Слободян

Львівський національний університет імені Івана Франка, kris93@meta.ua

Нехай нескінченна ізотропна пластина завтовшки $2h$ містить круговий отвір радіуса R та радіальну крайову тріщину завдовжки $2l$. У серединній площині пластини розмістимо декартову систему координат $Oxuz$, так щоб точка O співпадала з центром кругового отвору, а вісь Oz була перпендикулярною до серединної площини. У площині Oxy введемо полярну систему координат r і θ з полюсом у точці O та полярною віссю Ox . Нехай центру тріщини відповідає точка O_1 з координатами $(R+l, 0)$. З тріщиною пов'яжемо декартову систему координат $O_1x_1y_1$, направивши вісь O_1x_1 вздовж тріщини. Вважатимемо, що пластина на безмежності розтягується рівномірно розподіленими зусиллями P_1 і P_2 та згинається рівномірно розподіленими моментами M_x^∞ і M_y^∞ . Область всередині кругового отвору позначимо через S^+ , ззовні – через S^- ; лінію, де розділена тріщина – через L_1 , а коло – через L (див. рис. 1).

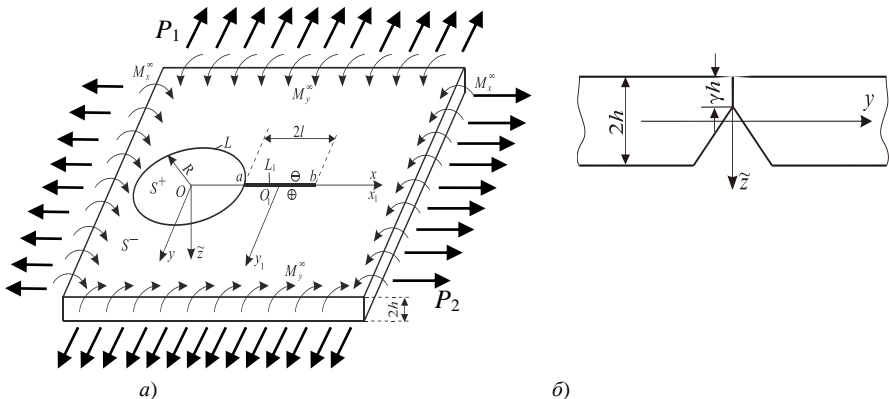


Рис. 1. Безмежна ізотропна пластина з круговим отвором та радіальною крайовою тріщиною

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

На межі кругового отвору будемо мати такі крайові умови:

$$\sigma_{\Pi rr} = 0, \sigma_{\Pi r\theta} = 0, M_r = 0, P_r = 0, x \in L,$$

де M_r – згинальний момент, P_r – узагальнена в сенсі Кірхгофа перерізувальна сила, $\sigma_{\Pi rr}$ і $\sigma_{\Pi r\theta}$ – компоненти тензора напружень у полярній системі координат.

Крайові умови на берегах тріщини будуть мати вигляд:

$$\sigma_{\Pi x_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi x_1 y_1}^- = 0, \sigma_{\Pi y_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi y_1 y_1}^- = -\frac{N}{2h}, x \in L_1,$$

$$P^+ = P^- = 0, M_{y_1}^+ = M_{y_1}^- = \beta N, x \in L_1,$$

$$\partial x_1 [u_{y_1}] + \alpha \partial_{x_1 y_1}^2 [w] = 0, x \in L_1,$$

$$\alpha = 0.5(1 + (1 - \gamma)^2)h, \beta = (1 - \gamma/3)h, \gamma = h_1 / h,$$

де N – контактне зусилля між берегами тріщини; $\sigma_{x_1 y_1}$, $\sigma_{y_1 y_1}$, σ_{rr} і $\sigma_{r\theta}$ – компоненти тензора напружень, u_y – компонента вектора переміщень у плоскій задачі, w – прогин пластини в задачі згину, $[f] = f^+ - f^-$, значками “+” і “-” позначені граничні значення функції при прямуванні точки площини до тріщини при $y_1 \rightarrow \pm 0$.

Використавши комплексні потенціали плоскої задачі та класичної теорії згину пластин, отримаємо задачі лінійного спряження, розв’язавши які отримаємо систему сингулярних інтегральних рівнянь на берегах тріщини. Ця система розв’язана числового з використанням методу механічних квадратур. Крайові умови на межі кругового отвору задоволені аналітично. Досліджено контактне зусилля між берегами тріщини, коефіцієнти інтенсивності зусиль та моментів, а також критичне навантаження, яке може витримати пластинка.

**BENDING AND STRETCH OF THE PLATE WITH A CIRCULAR
APERTURE AND AN EDGE CRACK BAND ON ITS SHORES CONTACT**

The problem of biaxial bending of infinite isotropic plate with a circular hole and free-standing cross-cutting straight crack along which smooth contact area for constant width is solved. Solution of the problem is built using methods of the theory of functions of a complex variable and complex potentials and reduced to a system of singular integral equations. The resulting system is solved numerically by the method of mechanical quadratures.