

## A PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR SYSTEM OF PARTIAL DIFFERENTIAL

Grzegorz Kuduk

University of Rzeszow, Poland, gkuduk@onet.eu

Let  $K_L$  be a class of quasi-polynomials In the form  $\varphi(x) = \sum_{i=1}^n Q_i(x)e^{\alpha_i x}$ , where  $Q_i(x)$  are given polynomials,  $\alpha_i \in L \subseteq R$ ,  $\alpha_l \neq \alpha_k$  for  $l \neq k$ . Each quasi-polynomial  $\varphi(x)$  defines a differential operator  $\varphi\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}\right)$  of finite order in the class of certain function.

In the strip  $\Omega = \{(t, x) \in R^2 : t \in (0, T), x \in R\}$  we consider system of equations

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} - a_{ij} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) U_j(t, x) = 0 \quad (1)$$

satisfies integral conditions

$$\int_0^T U_i(t, x) dt = \varphi_i(x), \quad (2)$$

where  $a_{ij} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)$  are differential expressions, with analytical symbols  $a_{ij}(\lambda)$ .

Let be  $\eta(\lambda) = \int_0^T W'(t, \lambda) dt$  a certain function,  $W(t, \lambda)$  is a solution of the equation  $L\left(\frac{d}{dt}, \lambda\right)W(t, \lambda) \equiv 0$ , satisfies conditions  $W'(t, \lambda)|_{t=0} = 1$ ,  $W(t, \lambda)|_{t=0} = 0$ .

Denote by

$$P = \{\lambda \in C : \eta(\lambda) = 0\}. \quad (3)$$

**Theorem.** Let  $\varphi_1(x), \varphi_2(x) \in K_M$ , then the class  $K_{M \setminus P}$  exist and unique solution of the problem (1), (2), where  $P$  is set (3), can be represented in the form

$$U_i(t, x) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left\{ \frac{1}{\eta(\lambda)} \tilde{l}^T \left( \frac{d}{dt}, \lambda \right) W(t, \lambda) e^{\lambda x} \right\} \Bigg|_{\lambda=0},$$

where  $\tilde{l}^T \left( \frac{d}{dt}, \lambda \right)$  is transpose of a matrix.

1. *Kalenyuk P. I. Nytrebych Z. M. Generalized Scheme of Separation of Variables. Differential-Symbol Method. – Publishing House of Lviv Polytechnic National University, 2002. – 292 p. (in Ukrainian).*

### **ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ**

*За допомогою диференціально-символьного методу побудовано розв'язок задачі з інтегральними умовами для системи диференціальних рівнянь із частинними похідними першого порядку за виділеною змінною в класі квазімногочленів, і доведено його єдиність.*