

## ГЕОМЕТРИЧНА ХАРАКТЕРИЗАЦІЯ КОЛА

Богдан Кліщук

Інститут математики НАН України, kban1988@gmail.com

У 1960 році В. Мізелем було задане питання: чи буде колом плоска опукла крива, для якої з умови, що три вершини довільного прямокутника лежать на ній, випливає, що і четверта вершина прямокутника неодмінно лежить на цій кривій?

**Означення 1.** Множина  $M \subset \mathbb{R}^2$  задовольняє умову прямокутника, якщо не існує жодного прямокутника, у якого рівно три вершини лежать на цій множині. Іншими словами, якщо три вершини прямокутника належать  $M$ , то і його четверта вершина належить  $M$ .

**Означення 2.** Множина  $M \subset \mathbb{R}^2$  задовольняє інфінітезимальну властивість прямокутника, якщо існує деяке  $0 < \varepsilon < 1$  таке, що не існує такого прямокутника, що має рівно три свої вершини на цій множині, і у якого відношення довжин сторін не перевищує  $\varepsilon$ .

**Означення 3.** Пряма  $l$  називається опорною прямою довільної кривої  $\Gamma$  на площині, якщо вона проходить принаймні через одну точку цієї кривої і вся крива розміщена по одну сторону від прямої  $l$ .

**Означення 4.** Шириною опуклої кривої в даному напрямку називається відстань між двома паралельними опорними прямими цієї кривої, перпендикулярними до цього напрямку. Крива називається кривою сталої ширини, якщо її ширина рівна в усіх напрямках.

**Теорема 1.** Кожна опукла крива сталої ширини, яка задовольняє інфінітезимальну властивість прямокутника, є колом.

**Наслідок 1.** Кожна жорданова крива, яка задовольняє інфінітезимальну властивість прямокутника, є колом.

1. Besicovitch A. S. A problem on a circle // J. London Math. Soc. – 1961. – Vol. 36. – P. 241–244.
2. Danzer L. W. A characterization of the circle // Amer. Math. Soc., Providence, R.I. Convexity, Proc. Symposia in Pure Math. – 1963. – Vol. 7. – P. 99–100.
3. Zamfirescu T. An infinitesimal version of the Besicovitch-Danzer characterization of the circle // Geom. Dedicata. – 1988. – Vol. 27, № 2. – P. 209–212.
4. Ткачук М. В. Характеризація кола типу Безиковича-Данцера // Укр. матем. журн. – 2008. – Т. 60, № 6. – С. 862–864.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,  
23–25 травня 2017 р., Львів**

5. *Zelinskii Yu. B., Tkachuk M. V., Klishchuk B. A. Integral geometry and Mizel's problem // Bulletin de la societe des sciences et lettres de Lodz. Recherches sur les deformations. –2013. – Vol. 63, № 1. – P. 23–31.*

**A GEOMETRIC CHARACTERIZATION OF THE CIRCLE**

*There was solved a number of problems associated with the problem of Mizel-Zamfirescu about a geometric characterization of the circle*