**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2017»,
23–25 травня 2017 р., Львів**

УДК 517.928.1

ЛІНІЙНІ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРОМ ТА РЕГУЛЯРНОЮ ОСОБЛИВОЮ ТОЧКОЮ

Олена Чорненька

Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя, elenagolovch@rambler.ru

В цій роботі вивчається питання про побудову загального асимптотичного розв'язку лінійної системи диференціальних рівнянь вигляду

$$x\frac{dy}{dx} = A(x,\varepsilon)\,y\,, \tag{1}$$

з регулярною особливою точкою $x = 0$; ε – малий параметр, $0 < \varepsilon \le \varepsilon_0$; x – незалежна змінна, $0 < x < x_0$; $y(x,\varepsilon)$ – шукана вектор-функція, $A(x,\varepsilon)$ – квадратна матриця n-го порядку, яка задається асимптотичним розвиненням

$$A(x,\varepsilon) \sim \sum_{s=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} A_{sk}\varepsilon^k x^s\ . \tag{2}$$

Вивчається випадок, коли головна матриця A_{00} системи (1) має одне власне значення λ_0 кратності n, якому відповідає один елементарний дільник такої ж самої кратності.

Сингулярно збурені системи диференціальних рівнянь з регулярною особливою точкою вивчали в роботах [1, 2], де асимптотичні розвинення побудовано за степенями малого параметра. У цій роботі досліджено питання про побудову розв'язків системи (1) у вигляді подвійних розвинень.

Розв'язки системи (1), що відповідають n-кратному елементарному дільнику граничної матриці A_{00}, запропоновано шукати у вигляді

$$y(x,\varepsilon) = x^{\lambda_0+\lambda(\varepsilon)}\cdot u(x,\varepsilon), \tag{3}$$

де $u(x,\varepsilon)$ – n-вимірний вектор, $\lambda(\varepsilon)$– скалярна функція, які необхідно визначити.

Доведено наступну теорему.

Теорема. *Для того, щоб вектор (3) був формальним розв'язком системи (1), необхідно і достатньо, щоб функція* $\lambda(\varepsilon)$ *формально задовольняла рівняння*

$$\lambda^n + \sum_{r+s=1}^{\infty} L_{0rs} \cdot x^r \varepsilon^s + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r+s=1}^{\infty} L_{krs} \cdot \lambda^k x^r \varepsilon^s = 0 \ . \qquad (4)$$

Операторні вирази L_{krs} визначаються через матриці A_{sk}, $r+s \geq 1$, розвинення (2), узагальнено обернену матрицю до $A_{00} - \lambda_0 E$ та власні вектори матриць A_{00} та $\left(A_{00} - \lambda_0 E\right)^*$.

Застосувавши до рівняння розгалуження (4) просторовий аналог діаграм Ньютона, встановлено, що розвинення для функцій $\lambda(\varepsilon)$ слід вести за дробовими степенями параметра, а вектор-функції $u(x,\varepsilon)$ можна подати у вигляді подвійних розвинень за дробовими степенями параметра та відношення незалежної змінної та параметра.

1. *Завизион Г. В.* Сингулярно возмущенная система дифференциальных уравнений с рациональной особенностью // Дифф. уравнения. – 2007. – Т. 43. – № 7. – С.867–878.
2. *Завізіон Г. В*. Зведення системи диференціальних рівнянь з виродженням у точці // Наукові записки НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1 «Фіз.-мат. науки». – 2003. – Вип. 4. – С. 177–191.

LINEAR SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH PARAMETER AND REGULAR SINGULAR POINT

We study the question of constructing a general asymptotic solution of linear differential equations form $x\frac{dy}{dx} = A(x,\varepsilon)y$ *with regular singular point* $x = 0$*. In this paper, we propose an algorithm for finding solutions of this problem in the form of double power series. We have solved the problem of perturbation eigenvalue and corresponding eigenvector main operator of the system. We showed that the unknown expansion should be built on fractional powers of the parameter and the ratio of free variables and parameters.*