**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

УДК 539.3

# ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИМИ ПЕРЕМІЩЕННЯМИ ТА НАПРУЖЕННЯМИ У ДЕЯКОМУ ПЕРЕРІЗІ ПІВПРОСТОРУ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕПЛОВИХ ДЖЕРЕЛ

**Ольга Єрохова**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, mlleolga@gmail.com

Дослідження задач оптимізації температурних режимів та напружено-деформованого стану тіл, які перебувають під дією теплових та силових навантажень, мають важливе теоретичне і практичне значення [1-3].

У роботі сформульовано та досліджено задачу оптимального керування за допомогою внутрішніх теплових джерел розподілом нестаціонарних температурних переміщень та напружень у заданому перерізі півпростору, що перебуває за умов плоскої деформації. Вибравши за функцію керування безрозмірну потужність внутрішніх теплових джерел, у просторі неперервних функцій $\mathrm{C}(\mathrm{D})$ $\left(\mathrm{D}=\left\{(y,\tau):\, y\in(-\infty,\infty)\times[0,\infty)\right\}\right)$, потрібно знайти таке керування $u(y,\tau)\in\mathrm{C}(\mathrm{D})$, яке у кожен момент часу забезпечуватиме мінімум функціоналу

$$J(u)=\max_{y\in[0,\infty)}\left|S(x_1,y,\tau;u)-\varphi_*(y,\tau)\right|,\ \tau\in[0,\tau_m], \tag{1}$$

де $S(x_1,y,\tau;u)$ – вертикальні температурні переміщення $u_x(x,y,\tau)$ або сумарні температурні напруження $\sigma(x,y,\tau)=\sigma_{xx}(x,y,\tau)+\sigma_{yy}(x,y,\tau)$ у заданому перерізі півпростору $x=x_1$ $(x_1\ge 0,\ x_1=\mathrm{const})$, паралельному до граничної поверхні; $\varphi_*(y,\tau)$ – заданий розподіл переміщень $u_x$, чи сумарних напружень $\sigma$; $x,y,\tau$ – безрозмірні декартові координати і час, $\tau_m=\mathrm{const}$.

Припустивши існування керування у просторі $\mathrm{C}(\mathrm{D})$, яке забезпечує точну нижню грань критерію оптимальності (1), що еквівалентно рівності $u_x(x_1,y,\tau;u)=\varphi_*(y,\tau)$, та використавши розв'язок задачі термопружності у вигляді

$$u_i(x,y,\tau)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} P_i(x,y;\xi,\eta)T(\eta,\xi,\tau)d\xi\,d\eta\,,\ \tau\in[0,\tau_m]\,, \tag{2}$$

$$\sigma_{ij}(x,y,\tau)=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} G_{ij}(x,y;\xi,\eta)T(\eta,\xi,\tau)d\xi\,d\eta+CT(x,y,\tau)\,, \tag{3}$$

а також залежність температурного поля від факторів теплового навантаження

$$T=\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\tau}\big(t(\xi,\theta)G_1(\eta,y,s,\xi,\tau-\theta)+u(\xi,\theta)G_2(\eta,y,s,x_0,\xi,\tau-\theta)\big)d\theta\,d\xi\,ds\,, \tag{4}$$

вихідна задача оптимізації (1) зводиться до оберненої задачі термопружності [1], яка описується двовимірним інтегральним рівнянням першого роду. Тут $\nu$, $\alpha_T$ – коефіцієнти Пуассона та лінійного теплового розширення; $R$ – деяка характерна довжина; $P_i(x,y;\xi,\eta)$ $(i=x,y)$, $G_{ij}(x,y;\xi,\eta)$ $(i,j=x,y)$ та $G_i$ $(i=1,2)$ – відомі функції; $C=\mathrm{const}$.

Застосувавши інтегральні перетворення Фур'є та Лапласа відповідно за часом й просторовою координатою та апроксимувавши шукану функцію лінійним сплайном за часом, побудовано наближений розв'язок отриманого рівняння. Проведено числовий аналіз поведінки знайденого розв'язку.

1. *Вигак В. М.* Управление температурными напряжениями и перемещениями. – Київ: Наукова думка, 1988. – 312 с.
2. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. *Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра*. Т. 5: Оптимізація та ідентифікація в термомеханіці неоднорідних тіл. / Р. М. Кушнір, В. С. Попович, А. В. Ясінський – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 256 с.
3. *Ootao Y.* Inverse problem of thermal deformation in a cylinder, in R. B. Hetnarski (ed.) Encyclopedia of Thermal Stresses. – Springer, 2014. – Vol. 5. – P. 2578-2585.

## OPTIMIZATION OF THE TEMPERATURE DISPLACEMENTS AND STRESSES IN A GIVEN SECTION OF HALF-SPACE USING INTERNAL HEAT SOURCES

*The problem of optimal control of unsteady temperature displacements and stresses distribution in a given section of the half-space that is under conditions of plane strain, using internal heat sources, is formulated and investigated. The original optimization problem is reduced to the inverse problem of thermoelasticity. The integral Fourier transform in spatial coordinates and linear spline approximation of desired function in time are used for the solution of the problem. The numerical analysis of the solution's optimization problem behaviour is provided.*