**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

УДК 517.51

ПОРЯДКОВІ ОЦІНКИ АПРОКСИМАТИВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФУНКЦІЙ З КЛАСІВ $S^{\Omega}_{p,\theta}B(\mathbb{R}^d)$ ІЗ ЗАДАНОЮ МАЖОРАНТОЮ МІШАНИХ МОДУЛІВ НЕПЕРЕРВНОСТІ У РІВНОМІРНІЙ МЕТРИЦІ

Сергій Янченко

Інститут математики НАН України, yan.sergiy@gmail.com

У доповіді йтиметься про апроксимативні характеристики функцій з класів Нікольського–Бєсова $S^{\Omega}_{p,\theta}B(\mathbb{R}^d)$ (див., наприклад, [1]) у просторах $L_q(\mathbb{R}^d)$. Зокрема про точні за порядком оцінки наближення функцій з даних класів за допомогою цілих функцій експоненціального типу з носіями їх перетворення Фур'є на множинах, які породжуються поверхнями рівня функції Ω у випадку, коли похибка наближення оцінюється у рівномірній метриці – $L_\infty(\mathbb{R}^d)$. Дані класи за певного вибору функції Ω співпадають з відомими класами $S^{r}_{p,\theta}B(\mathbb{R}^d)$ та $S^{r}_{p}H(\mathbb{R}^d)$ [2]. Надалі будемо вважати, що $\Omega(\mathbf{t})=\Omega(t_1,\dots,t_d)$ – задана функція типу мішаного модуля неперервності порядку l, яка задовольняє умови Барі–Стєчкіна (S) і (S_l). Для неї будемо використовувати запис $\Omega(\mathbf{t})\in\Phi_{\alpha,l}$, $l\in\mathbb{N}$.

Нехай $L_q(\mathbb{R}^d)$ – простір вимірних функцій $f(\mathbf{x})=f(x_1,\dots,x_d)$ зі стандартною нормою. Дамо означення досліджуваної апроксимативної характеристики.

Нехай $\mathcal{L}\subset\mathbb{Z}^d_+$ – деяка обмежена множина, для $f\in L_q(\mathbb{R}^d)$, $1\le q\le\infty$, покладемо

$$S_{Q(\mathcal{L})}f(\mathbf{x})=S_{Q(\mathcal{L})}(f,\mathbf{x})=\sum\nolimits_{\mathbf{s}\in\mathcal{L}}\delta^*_{\mathbf{s}}(f,\mathbf{x}),\quad \mathbf{x}\in\mathbb{R}^d,$$

де $\delta^*_{\mathbf{s}}(f,\mathbf{x})=\mathcal{F}^{-1}(\chi_{Q^*(\mathbf{s})}\cdot\mathcal{F}f)$, $\mathcal{F}f$ і $\mathcal{F}^{-1}f$ – пряме та обернене перетворення Фур'є функції f, $\chi_{Q^*(\mathbf{s})}$ – характеристична функція множини $Q*(\mathbf{s})$ й дана множина визначається таким чином

$$Q*(\mathbf{s})=\left\{\lambda\in\mathbb{R}^d:\ \eta(s_j)2^{s_j-1}\le\left|\lambda_j\right|\le 2^{s_j},\ j=1\dots d\right\}.$$

Тут $\eta(0)=0, \eta(t)=1, t>0$.

Позначимо:

$$\mathcal{E}_{Q(\mathcal{L})}(f)_q = \left\| f - S_{Q(\mathcal{L})} f \right\|_q, \quad \mathcal{E}_{Q(\mathcal{L})}(S^{\Omega}_{p,\theta}B)_q = \sup_{f \in S^{\Omega}_{p,\theta}B} \mathcal{E}_{Q(\mathcal{L})}(f)_q.$$

Для будь-якого $N \in \mathbb{N}$ і $1<p<\infty$ покладемо

$$\kappa(N) := \left\{ \mathbf{s} = (s_1,\dots,s_d) \in \mathbb{Z}^d_+ : \Omega(2^{-s}) 2^{\|2\|_1/p} \geq \frac{1}{N} \right\}, \quad Q(N) = \bigcup_{\mathbf{s} \in \kappa(N)} Q*(\mathbf{s}),$$

де $\|s\|_1 = s_1 + \dots + s_d$.

Зазначимо, що множини $Q(N)$ породжуються поверхнями рівня функції $\Omega(\mathbf{t})\mathbf{t}^{-1/p}$. За деякого явного задання функціонального параметру Ω, одержимо множини $Q(N)$, які називають східчастими гіперболічними хрестами.

Теорема. *Нехай* $1<p<\infty$, $1 \le \theta \le \infty$, $\Omega \in \Phi_{\alpha,l}$, *з деяким* $\alpha > \frac{1}{p}$, *тоді справедлива порядкова оцінка*

$$\mathcal{E}_{Q(\mathcal{L})}(S^{\Omega}_{p,\theta}B)_\infty \asymp \frac{1}{N} (\log_2 N)^{(d-1)(1-1/\theta)}.$$

1. *Stasyuk S. A., Yachenko S. Ya.* Approximation of functions from Nikolskii–Besov type classes of generalized mixed smoothness // Anal. Math. – 2015. – 41. – P. 311–334.
2. *Лизоркин П. И., Никольский С. М.* Пространства функций смешанной гладкости с декомпозиционной точки зрения // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1989. – 187. – С. 143–161.

ORDER ESTIMATES OF APPROXIMATIVE CHARACTERISTICS OF FUNCTIONS FROM CLASSES $S^{\Omega}_{p,\theta}B(\mathbb{R}^d)$ OF GENERALIZED MIXED SMOOTHNESS IN UNIFORM METRIC

We obtain order estimates of approximation of the classes $S^{\Omega}_{p,\theta}B(\mathbb{R}^d)$ of functions of several variables defined on $\mathbb{R}^d$, in the $L_\infty(\mathbb{R}^d)$ norm, by entire functions of exponential type with supports of their Fourier transforms in sets that generated by the level surfaces of a function $\Omega(\mathbf{t})$.