

## ОЦІНКИ НОРМ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПОХІДНИХ ЯДЕР ТИПУ ДІРІХЛЕ З ДОВІЛЬНИМ ВИБОРОМ ГАРМОНІК

Ганна Власик

Інститут математики НАН України, annawlasik@gmail.com

У доповіді розглядаються тригонометричні поліноми з довільним вибором гармонік по відношенню до проблеми Літтлвуда та встановлюються точні за порядком оцінки норм узагальнених похідних ядер типу Діріхле. Зауважимо, що якщо  $\psi(|k|) = |k|^{-r}$ ,  $r > 0$ ,  $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ , то  $(\psi, \beta)$ -похідна функції  $f$  співпадає з похідною в сенсі Вейля-Надя [1].

У 1981 р. С. В. Конягін [2] та незалежно Мак-Гі, Піно і Сміт [3] довели гіпотезу Літтлвуда

$$\inf_{\{j_1, \dots, j_m\}} \left\| \sum_{n=1}^m e^{ij_n x} \right\|_1 \gg \ln m,$$

де  $\{j_1, \dots, j_m\}$  – довільний набір різних цілих чисел. Згодом В. М. Тихомиров в оглядовій праці [4] запропонував узагальнити задачу Літтлвуда і дослідити асимптотику при  $m \rightarrow \infty$  величини вигляду

$$L_m(r, q) = \inf_{\{j_1, \dots, j_m\}} \left\| \left( \sum_{n=1}^m e^{ij_n x} \right)^r \right\|_q, \quad 1 \leq q \leq \infty,$$

де похідна порядку  $r \geq 0$  розуміється в сенсі Вейля.

Позначимо через  $\Psi$  множину додатних і незростаючих послідовностей  $\psi(\tau)$ ,  $\tau \in \mathbb{N}$ , таких, що  $\psi(\tau)/\psi(2\tau) \leq C$ , де  $C > 0$  – деяка абсолютна стала.

Нехай  $L_q$ ,  $1 \leq q \leq \infty$  – простір вимірних  $2\pi$ -періодичних функцій  $f$  зі стандартною нормою. Для  $\psi(\tau) \in \Psi$ ,  $\tau \in \mathbb{N}$  і  $\beta \in \mathbb{R}$  покладемо

$$L_m(\psi, \beta, q) = \inf_{\{j_1, \dots, j_m\}} \left\| \left( \sum_{n=1}^m e^{ij_n x} \right)^\psi \right\|_{\beta, q}.$$

Тоді справедливі наступні твердження.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

**Теорема 1.** Нехай  $1 < q \leq 2$ ,  $\psi(\tau) \in \Psi$ ,  $\tau \in \mathbb{N}$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ . Тоді справедлива порядкова оцінка

$$L_m(\psi, \beta, q) \asymp \psi(\tau) \tau^{1-1/q}.$$

**Теорема 2.** Нехай  $2 < q < \infty$ ,  $\psi(\tau) \in \Psi$ ,  $\tau \in \mathbb{N}$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  і, крім того, існує таке  $\varepsilon > 0$ , що послідовність  $\psi(\tau) \tau^{1/q+\varepsilon}$  не зростає. Тоді справедлива порядкова оцінка

$$L_m(\psi, \beta, q) \asymp \psi(\tau) \tau^{1-1/q}.$$

**Зауваження.** Якщо  $\psi(|k|) = |k|^{-r}$ , то відповідні результати збігаються із результатами, наведеними у роботі [5].

1. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций. – Київ: Наук. думка, 1987. – 268 с.
2. Конягин С. В. О проблеме Литтлвуда // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1981. – 45, № 2. – С. 243–265.
3. McGehe O. C., Pigno L., Smith B. Hardy inequality and  $L_1$ -norm of exponential sums // Ann. Math. – 1981. – 113, № 3. – Р. 613–618.
4. Тихомиров В. М. Теория приближений // Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНТИ. – 1987. – 14. – С. 103–260.
5. Майоров В. Е. Неравенства Бернштейна-Никольского и оценки норм ядер Дирихле для тригонометрических полиномов по произвольным гармоникам // Мат. заметки. – 1990. – 47, № 6. – С. 55–61.

**ESTIMATES OF THE NORMS OF GENERALIZED DERIVATIVES  
OF THE DIRICHLET TYPE KERNELS  
WITH AN ARBITRARY CHOICE OF HARMONICS**

*The exact order estimates of the norms of generalized derivatives of the Dirichlet type kernels with an arbitrary choice of harmonics in the space  $L_q$  are obtained.*