Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016», 25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 517.9

EXISTENCE OF OPTIMAL CONTROL FOR PROBLEM WITHOUT INITIAL CONDITION FOR STRONGLY NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS WITH CONTROLS IN THE COEFFICIENTS

Andrii Tsebenko

Ivan Franko National University of Lviv, amtseb@gmail.com

Let $p > 2$, $p' = \dfrac{p}{p-1}$, Ω be a bounded domain in $\mathbb{R}^n$ with a regular boundary Γ, $S := (-\infty, 0]$, $Q := \Omega \times S$, $\Sigma := \Gamma \times S$. Suppose that U is a closed linear subspace of $L^\infty(Q)$ and one be a space of controls. Assume that $U_\partial := \{ v \in U \mid v \ge 0 \quad \text{a. e. in} \quad Q \}$ be the set of admissible controls.

The state $y \in Y^p_{\text{loc}}(Q) := L^2_{\text{loc}}(S; H^1_0(\Omega)) \cap L^p_{\text{loc}}(\bar{Q}) \cap C(S; L^2(\Omega))$ of the investigated evolutionary system for a given control $v \in U_\partial$ is described by a weak solution to the problem

$$y_t - \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dx_i} a_i(x,t,y,\nabla y) + a_0(x,t,y,\nabla y) + v(x,t) g(x,t,y) =$$

$$= f(x,t), \quad (x,t) \in Q,$$

$$y \big|_{\Sigma} = 0,$$

where functions $Q \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \ni (x,t,s,\xi) \mapsto a_i(x,t,s,\xi) \in \mathbb{R}$ $(i = \overline{0,n})$ and $Q \times \mathbb{R} \ni (x,t,s) \mapsto g(x,t,s) \in \mathbb{R}$ are Caratheodory functions which satisfy conditions:

$$\sum_{i=1}^{n} \big(a_i(x,t,s_1,\xi^1) - a_i(x,t,s_2,\xi^2) \big)(\xi_i^1 - \xi_i^2) +$$
$$\big(a_0(x,t,s_1,\xi^1) - a_0(x,t,s_2,\xi^2) \big)(s_1 - s_2) \ge K\big[| s_1 - s_2 |^p + | \xi^1 - \xi^2 |^2 \big],$$

and $f \in L^{p'}_{\text{loc}}(\bar{Q})$.

We assume that the cost functional has the form

$$J(v) := G(y(\cdot,\cdot;v)) + \mu \|v\|_{L^\infty(Q)},$$

where $\mu > 0$ is arbitrary fix, functional $G : Y^p_{\mathrm{loc}}(Q) \to [0,+\infty)$ is lower semicontinuous in $L^2_{\mathrm{loc}}(S; L^2(\Omega))$, or $C(S; L^2(\Omega))$, or $L^2_{\mathrm{loc}}(S; L^2(\Omega)) \cap C(S; L^2(\Omega))$.

We consider the following optimal control problem: find a control $u \in U_\partial$ such that

$$J(u) = \inf_{v \in U_\partial} J(v). \qquad (1)$$

Under some additional conditions on the data-in, we prove the existence of the solution to the problem (1).

1. *Lions J.-L.* Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations. – Berlin : Springer, 1971.
2. *Bokalo M. M.* Optimal control problem for evolution systems without initial conditions // Nonlinear boundary problem. – 2010. – № 20. – P. 14-27.
3. *Bintz J., Finotti H., and Lenhart S.* Optimal control of resourse coefficient in a parabolic population model // Biomat 2013: Proceedings of the International Symposium on Mathematical and Computational Biology, Singapure – 2013. – P. 121-136.

ІСНУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ У ЗАДАЧАХ БЕЗ ПОЧАТКОВИХ УМОВ ДЛЯ СИЛЬНО НЕЛІНІЙНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ З КЕРУВАННЯМ У КОЕФІЦІЄНТАХ

У доповіді мова йтиме про задачі оптимального керування системами, стан яких описується задачею без початкових умов для сильно нелінійних параболічних рівнянь. Показано існування розв’язку у випадку, коли керування є коефіцієнтом при молодшому члені.