

НАЙКРАЩІ ОРТОГОНАЛЬНІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НАБЛИЖЕННЯ КЛАСІВ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ $L_{\beta,1}^{\Psi}$ У ПРОСТОРІ L_q

Катерина Швай

Інститут математики НАН України, kate.shvai@gmail.com

У роботі досліджуються наближення періодичних функцій багатьох змінних з класу $L_{\beta,1}^{\Psi}$ тригонометричними поліномами. Отримано оцінки найкращих ортогональних тригонометричних наближень даних класів у просторі $f \in L_q$, $1 < q < \infty$.

Нехай \mathbb{R}^d , $d \geq 1$, – d -вимірний простір, $\pi_d = \prod_{j=1}^d [-\pi, \pi]$. Через $L_q(\pi_d)$, $1 \leq q < \infty$, позначимо простір 2π -періодичних за кожною змінною функцій f зі скінченною нормою

$$\|f\|_{L_q(\pi_d)} = \|f\|_q = \left((2\pi)^{-d} \int_{\pi_d} |f(x)|^q dx \right)^{\frac{1}{q}}, \quad 1 \leq q < \infty.$$

Для $f \in L_q(\pi_d)$, $1 \leq q < \infty$, покладемо $S_{\theta_M}(f, x) = \sum_{k=1}^M f(k^j) e^{i(k^j, x)}$, де $f(k^j)$ – коефіцієнти Фур'є функції f , $\theta_M = \{k^j : k^j = (k_1^j, \dots, k_d^j), k^j \in \mathbb{Z}^d, j = \overline{1, d}\}$, і позначимо

$$e_M^{\perp}(f)_q = \inf_{\theta_M} \|f(\cdot) - S_{\theta_M}(f, \cdot)\|_q.$$

Далі, для деякого функціонального класу $F \subset L_q$ покладемо $e_M^{\perp}(F)_q = \sup_{f \in F} e_M^{\perp}(f)_q$. У цій роботі F – це клас періодичних функцій

багатьох змінних $L_{\beta,1}^{\Psi}$ (див., наприклад, [1]), який в одновимірному випадку був введений О. І. Степанцем (див., наприклад, [2]).

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

Нехай D – множина функцій $\psi_j(\cdot)$, $j = \overline{1, d}$, натурального аргументу, які задовольняють умови

- 1) $\psi_j(\cdot)$, $j = \overline{1, d}$ – додатні та незростаючі;
- 2) $\forall j = \overline{1, d} \exists M_j > 0$ таке, що $\forall l \in \mathbb{N} \left[(\psi_j(l)) / (\psi_j(2l)) \right] \leq M_j$.

Якщо існує така додатна стала C_1 , для якої виконується співвідношення $B \leq C_1 A$, то позначимо $B \ll A$. Під записом $A \asymp B$ будемо розуміти, що виконуються умови $A \ll B$ та $B \ll A$. Значимо, що сталі у порядкових співвідношеннях можуть залежати лише від тих параметрів, що входять в означення класу та метрики, в якій здійснюється наближення, а також від розмірності простору \mathbb{R}^d .

Теорема. Нехай $1 < q < \infty$, $\psi_j \in D$, $\beta_j \in \mathbb{R}$, $j = \overline{1, d}$, і, крім того, існує $\varepsilon > 0$ таке, що $\psi_j(|k_j|) |k_j|^{1-\frac{1}{q}+\varepsilon}$ не зростають. Тоді для будь-яких натуральних M і n , що задовольняють умову $M \asymp 2^n n^{d-1}$, має місце співвідношення

$$\Phi(n) M^{1-\frac{1}{q}} (\log M)^{2(d-1)} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{2} \right) \ll e_M^\perp \left(L_{\beta,1}^\psi \right)_q \ll \Psi(n) M^{1-\frac{1}{q}} (\log M)^{2(d-1)} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{2} \right),$$

де

$$\Phi(n) = \min_{(s,1)=n} \prod_{j=1}^d \psi_j \left(2^{s_j} \right), \quad \Psi(n) = \max_{(s,1)=n} \prod_{j=1}^d \psi_j \left(2^{s_j} \right).$$

1. Романюк А. С. О приближении классов периодических функций многих переменных // Укр. мат. журн. – 1992. – **44**, № 5. – С. 662-672.
2. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций. – К.: Наук. думка, 1987. – 286 с.

**THE BEST ORTHOGONAL TRIGONOMETRIC APPROXIMATION OF
MULTIVARIATE CLASSES $L_{\beta,1}^\psi$ IN THE SPACE L_q**

The article is devoted to approximation of periodic multivariable functions from classes $L_{\beta,1}^\psi$ by trigonometric polynomials. Order estimates of the best orthogonal trigonometric approximation of this classes in the space L_q , $1 < q < \infty$, are obtained.