Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016», 25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 517.95

ЗАДАЧА СПРЯЖЕННЯ З НЕЛОКАЛЬНОЮ БАГАТОТОЧКОВОЮ УМОВОЮ ЗА ЧАСОВОЮ ЗМІННОЮ ДЛЯ ПАРАБОЛО-ГІПЕРБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБЛАСТІ

Іван Савка[1,2], Павло Василишин[2]

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, s-i@ukr.net,
[2]Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника, pbvasylyshyn@ukr.net

Для випадку двох змінних, дослідження крайових задач спряження з нелокальними (зокрема, інтегральними) умовами для параболо-гіперболічного рівняння наведено у роботах [1, 2], а для випадку багатьох змінних – у [3, 4].

Нехай Ω^p – p-вимірний тор $(\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z})^p$, $D^p=(-\alpha,\beta)\times\Omega^p$, $\alpha,\beta>0$, $x=(x_1,\dots,x_p)\in\Omega^p$, $\Delta_x\equiv\partial^2/\partial x_1^2+\dots+\partial^2/\partial x_p^2$ – оператор Лапласа, $k=(k_1,\dots,k_p)\in\mathbb{Z}^p$, $(k,x)=k_1x_1+\dots+k_px_p$; H_q $(q\in\mathbb{R})$ – простір, отриманий поповненням множини скінченних тригонометричних поліномів $\varphi(x)= =\sum_k\varphi_k\,\mathrm{e}^{i(k,x)}$ за нормою $\|\varphi;H_q\|=\left(\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}\left(1+\lambda_k^2\right)^q|\varphi_k|^2\right)^{1/2}$; $\lambda_k=(k_1^2+\dots+k_p^2)^{1/2}$, $C^n(I;H_q)$ ($n\in\mathbb{Z}_+$, I – відрізок дійсної прямої) – простір функцій $u(t,x)= =\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k(t)\,\mathrm{e}^{i(k,x)}$, $u_k(t)\in C^n(I)$, $k\in\mathbb{Z}^p$, таких, що для кожного фіксованого $t\in I$ похідні $\partial^j u(t,x)/\partial t^j\equiv\sum_{k\in\mathbb{Z}^p}u_k^{(j)}(t)\,\mathrm{e}^{i(k,x)}$, $0\le j\le n$, належать до простору H_q і як елементи цього простору є неперервними за t на I. Норму в просторі $C^n(I;H_q)$ задаємо такою формулою: $\|u;C^n(I;H_q)\|= =\sum_{j=0}^{n}\max_{t\in I}\|\partial^j u(t,x)/\partial t^j;H_q\|$.

В циліндричній області D^p розглянемо таку задачу: знайти функцію $u=u(t,x)$, яка справджує умови

$$u \in C^1([-\alpha,\beta];H_q) \cap C^1([0,\beta];H_q) \cap C^2([-\alpha,0];H_q)\,. \quad (1)$$

$$\begin{cases} u_t - b\Delta_x u = 0, & (t,x) \in D_+^p, \\ u_{tt} - a^2\Delta_x u = 0, & (t,x) \in D_-^p, \end{cases}. \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j u(t_j, x) = \varphi(x), \qquad x \in \Omega^p, . \quad (3)$$

де a, b – додатні числа, $D_+^p = D^p \cap \{t > 0\}$, $D_-^p = D^p \cap \{t > 0\}$, $\mu_1,\ldots,\mu_m$ – дійсні числа, $-\alpha = t_1 < t_2 < \ldots < t_r < 0 < t_{r+1} < t_{r+2} \ldots < t_{m-1} < t_m = \beta$, $\varphi(x)$ – задана функція.

Коректна розв’язність задачі (1)-(3) пов’язана з проблемою малих знаменників [5], які виникають при побудові ряду – розв’язку задачі.

У доповіді йтиметься про умови єдиності та існування розв’язку задачі (1)-(3), а також про застосування метричного підходу до оцінювання знизу малих знаменників.

1. *Сабитов К. Б.* Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нелокальным интегральным условием // Дифференц. уравнения. – 2010. – **46**, № 10. – С. 1468–1478.
2. *Юнусова Г. Р.* Нелокальные задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2011. – № 8 (89). – С. 108–117.
3. *Савка І. Я., Симотюк М. М.* Задача спряження з інтегральною умовою за часовою змінною для мішаного рівняння параболо-гіперболічного типу // Прикарпатський вісник НТШ. Серія «Число». – 2015. – **1** (28). – С. 72–77.
4. *Kuz’ A. M., Ptashnyk B. Yo.* A Problem with Condition Containing an Integral Term for a Parabolic-Hyperbolic Equation // Ukr. Math. J. – 2015. – **67** (5). – P. 723–734.
5. *Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними. – К. : Наукова думка, 2002. – 416 с.

CONJUGATION PROBLEM WITH NON-LOCAL MULTIPOINT CONDITION WITH RESPECT TO THE TIME VARIABLE FOR PARABOLIC-HYPERBOLIC EQUATION IN CYLINDRICAL DOMAIN

The conditions of existence and uniqueness of solution to the problem with non-local multipoint condition with respect to the time variable for a parabolic-hyperbolic equation in cylindrical domain are established.