

ЗАДАЧА З НЕВІДОМИМ МОЛОДШИМ КОЕФІЦІЄНТОМ У РІВНЯННІ З ДРОБОВОЮ ПОХІДНОЮ

Віталія Рапіта

Львівський національний університет імені Івана Франка,
vrapita@gmail.com

Досліджуємо обернену задачу

$$D_t^\alpha u - \Delta u - b(t)u = F_0(x, t), \quad (x, t) \in \Omega_0 \times (0, T],$$

$$u(x, t) = 0, \quad (x, t) \in \partial\Omega_0 \times (0, T],$$

$$u(x, 0) = F_1(x), \quad (x, t) \in \bar{\Omega}_0 \subset \mathbb{R}^n,$$

$$\int_{\Omega_0} u(x, t)\varphi_0(x)dx = F(t), \quad t \in [0, T].$$

для лінійного неоднорідного рівняння з регуляризованою похідною дробового порядку $\alpha \in (0, 1)$ за часом в обмеженому циліндрі $Q_0 = \Omega_0 \times (0, T]$ – задачу про визначення пари функцій: класичного розв’язку першої крайової задачі для такого рівняння та невідомого, залежного від часу, неперервного коефіцієнта в молодшому члені рівняння. Остання умова – це умова перевизначення. Встановлюємо однозначну розв’язність задачі. Використовуємо метод функції Гріна.

Розв’язком задачі є пара функцій

$$(u, b) \in \mathcal{M}(Q_0) := C_{2,\alpha}(\bar{Q}_0) \times C(0, T],$$

яка задовольняє рівняння та умови задачі.

Тут $C_{2,\alpha}(Q_0) = \{v \in C(Q_0) \mid \Delta v, D_t^\alpha v \in C(Q_0)\}$, $C_{2,\alpha}(\bar{Q}_0) = C_{2,\alpha}(Q_0) \cap C(\bar{Q}_0)$.

Теорема 1. *За припущень*

$$F_0 \in C^\gamma(Q_0), F_1 \in C^\gamma(\bar{\Omega}_0), F_1|_{\partial\Omega_0} = 0, \gamma \in (0, 1),$$

$$F, D^\alpha F \in C[0, T], F(t) \neq 0, \varphi_0 \in C^2(\bar{\Omega}), \varphi_0|_{\partial\Omega_0} = 0,$$

та умови узгодження даних

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

$$\int_{\Omega_0} F_1(x)\varphi_0(x)dx = F(0), .$$

існує деяке $T^* \in (0, T]$ (відповідно $Q_0^* = \Omega_0 \times (0, T^*]$) та розв'язок задачі $(u, b) \in \mathcal{M}(Q_0^*) = C_{2,\alpha}(\bar{Q}_0^*) \times C(0, T^*]$.

Теорема 2. *За умови $F(t) \neq 0, t \in [0, T]$, розв'язок задачі $(u, b) \in \mathcal{M}(Q_0)$ єдиний.*

PROBLEM WITH UNKNOWN LOWEST COEFFICIENT IN FRACTIONAL EQUATION

We study an inverse problem for linear nonhomogeneous diffusion equation with regularized fractional derivative of order $\alpha \in (0, 1)$ with respect to time on bounded cylindrical domain $\Omega_0 \times (0, T]$, namely, the inverse problem on determination of pair of functions: a classical solution u of the first boundary value problem to such equation and an unknown, depending on time variable, continuous coefficient in lowest term of the equation under the over-determination condition

$$\int_{\Omega_0} u(x, t)\varphi_0(x)dx = F(t), \quad t \in [0, T],$$

with some given functions φ and F . The unique solvability of the problem is established. The method of Green's function is used.