**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

УДК 512.546

ПРО ІЗОМОРФНУ КЛАСИФІКАЦІЮ ВІЛЬНИХ ТОПОЛОГІЧНИХ ГРУП НЕТИХОНОВСЬКИХ ПРОСТОРІВ

Назар Пирч

Українська академія друкарства, pnazar@ukr.net

Поняття вільної топологічної групи введено А. А. Марковим у 1941 році. Вільні топологічні групи, зокрема, і проблеми ізоморфної класифікації вільних груп, досліджували багато математиків. Проте, ці дослідження обмежувались в основному вільними групами над тихоновськими просторами. У цій роботі подано методику зведення задачі ізоморфної класифікації вільних топологічних груп над цілком регулярними просторами до аналогічної задачі над тихоновськими просторами.

Означення. *Нехай* X *– топологічний простір. Вільною топологічною групою простору* X *називається пара, що складається з топологічної групи* $F(X)$ *та неперервного відображення* $\eta_X : X \to F(X)$ *такого, що для довільного неперервного відображення* $f : X \to G$ *з топологічного простору* X *у топологічну групу* G *існує неперервний гомоморфізм* $f^* : F(X) \to G$ *такий, що* $f = f^* \circ \eta_X$.

Як було встановлено [1], для кожного простору X вільна топологічна група $F(X)$ існує, а відображення η_X є вкладенням тоді і тільки тоді, коли простір X є цілком регулярним. Топологічні простори X та Y називаються M-еквівалентними, якщо вільні топологічні групи $F(X)$ та $F(Y)$ є топологічно ізоморфними.

На топологічному просторі X розглянемо відношення еквівалентності $\sim$, покладаючи $x \sim y$ тоді і тільки тоді, коли x та y не відокремлюються відкритими в X множинами. Позначимо фактор-простір $X/\sim$ через T_0X . У кожному класі еквівалентності відношення $\sim$ на X виберемо по одній точці і утворимо з них множину X_1. Фактор-простір X/X_1 є антидискретним і не залежить від вибраних точок; позначимо його через X/T_0X .

Для топологічних просторів (X, x_0) та (Y, y_0) будемо позначати через $(X, x_0) \vee (Y, y_0) = \left(X \vee Y\right)/\left\{x_0, y_0\right\}$ букет цих просторів. Оскільки букет

$(X, x_0) \vee (Y, y_0)$ з точністю до M-еквівалентності не залежить від відмічених точок, то будемо вживати скорочене позначення $X \vee Y$.

Теорема 1. Нехай X − *цілком регулярний простір. Тоді*

$$X \overset{M}{\sim} \left(T_0 X\right) \vee \left(X / T_0 X\right) .$$

Наслідок 1. *Кожен цілком регулярний простір M-еквівалентний букету тихоновського та антидискретного просторів.*

Наслідок 2. *Кожен псевдометризований простір M-еквівалентний букету метризованого та антидискретного просторів*.

Теорема 2. *Цілком регулярні простори* X *та* Y *є M-еквівалентними тоді і тільки тоді, коли* $T_0 X \overset{M}{\sim} T_0 Y$ *і* $\operatorname{card}\left(X / T_0 X\right) = \operatorname{card}\left(Y / T_0 Y\right)$.

Наслідок 3. *Нехай R − топологічна властивість така, що зберігається відношення M-еквівалентності у класі тихоновських просторів, а простори* X *та* $T_0 X$ *володіють властивістю R одночасно. Тоді властивість R зберігається відношенням M-еквівалентності у класі цілком регулярних просторів.*

Наслідок 4. *Наступні властивості зберігаються відношенням M-еквівалентності у класі цілком регулярних просторів: компактність, зв'язність, щільність, сіткова вага.*

Зауваження. *Всі вищенаведені твердження та їх наслідки мають свої аналоги для вільних абелевих топологічних груп та, відповідно, відношення A-еквівалентності.*

1. *Smith Thomas B. V.* Free topological groups // General topology and its Applications. – 1974. – V. 4. – P. 51–74.

ON THE ISOMORPHIC CLASSIFICATION OF FREE TOPOLOGICAL GROUPS OF THE NONTYCHONOFF SPACES

We propose the method for reducing of the problem of isomorphic classification of free topological groups on the completely regular spaces to the problem of isomorphic classification of free topological groups on Tychonoff spaces.