

## ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ

Леся Постолаки

Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С.Підстригача НАН України, lesya.postolaki@gmail.com

Розглядається осесиметрична задача теорії пружності для півбезмежного циліндра  $S = (0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq \zeta \leq \infty)$ , бічна поверхня якого  $\xi = 1$  не-навантажена. З використанням функції Лява ця задача запишеться у вигляді [1]:

$$\nabla^2 \nabla^2 \chi = 0, \quad (1)$$

$$\left( \nu \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \xi^2} \right) \Big|_{\xi=1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left( (1-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \zeta^2} \right) \Big|_{\xi=1} = 0, \quad (2)$$

де  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}$  – осесиметричний оператор Лапласа,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу. На торці циліндра  $\zeta = 0$  задано умови:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left( (2-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \zeta^2} \right) \Big|_{\zeta=0} = \sigma(\xi), \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left( (1-\nu) \nabla^2 \chi - \frac{\partial^2 \chi}{\partial \zeta^2} \right) \Big|_{\zeta=0} = \tau(\xi). \quad (3)$$

Розв'язок задачі (1)–(3) має вигляд:

$$\chi = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{p=1}^2 B_k^p \exp(-\gamma_k^p \zeta) \left( \frac{2\xi J_1(\gamma_k^p \xi) J_1(\gamma_k^p)}{\pi((2\nu-2)J_1(\gamma_k^p) - \gamma_k^p J_0(\gamma_k^p))} - \frac{2}{\pi \gamma_k^p} J_0(\gamma_k^p \xi) \right).$$

Тут  $B_k^1, B_k^2$  – невідомі коефіцієнти,  $J_0, J_1$  – функції Бесселя нульового та першого порядків,  $\gamma_k^1 = \gamma_k, \gamma_k^2 = \bar{\gamma}_k, \gamma_k$  – корені трансцендентного рівняння [1].

У цій роботі досліджуються інформативні параметри для обернених задач визначення напружено-деформованого стану циліндричних тіл. Ці

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

параметри є результатом експериментальних даних, отриманих шляхом вимірювання п'єзомагнітним [2], чи оптичним [3] методами.

Для моделювання вхідних даних застосовується числовий експеримент. Розв'язується пряма задача (1)–(3) [1], що моделює реальні умови навантаження півбесконечної циліндричної оболонки. На рис. 1 наведено безрозмірні значення різниці головних напружень  $s(\zeta) \equiv (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})/\sigma_0$  (крива 1), напружень  $\varphi(\zeta) \equiv \sigma_{zz}/\sigma_0$  (крива 2) та  $\psi(\zeta) \equiv \sigma_{\theta\theta}/\sigma_0$  (крива 3), а на рис. 2 – різниці деформацій  $e(\zeta) \equiv (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{\theta\theta})/\varepsilon_0$  (крива 1), переміщень  $\eta(\zeta) \equiv u_r/u_0$  (крива 2) та  $\delta(\zeta) \equiv u_z/u_0$  (крива 3), обчислені на основі розв'язку прямої задачі (1)–(3) при  $\xi = 1$ . Отримані таким чином залежності використовують як вхідні дані для розв'язування відповідних обернених задач для півбесконечного циліндра.

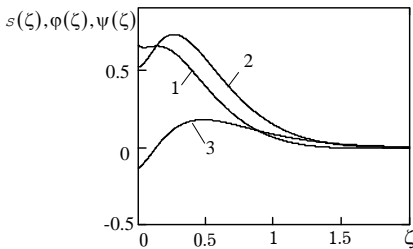


Рис. 1

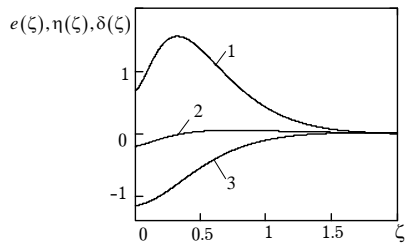


Рис. 2

1. *Chekurin V. F., Postolaki L. I.* A variational method of homogeneous solutions for axisymmetric elasticity problems for cylinder // *Mathematical modeling and computing.* – 2015. – Vol. 2, № 2. – P. 128-132.
2. *Недосека А. Я.* Основы расчета и диагностика сварных конструкций. – К.: Издательство «ИНДРОМ», 2001. – 815 с.
3. *Лобанов Л. М., Півторак В. А., Савицький В. В., Киянець І. В.* Розробка технології і апаратури для діагностики конструкцій з металевих та композиційних матеріалів на основі методу електронної широкорафії / *Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин.* – Київ: ІАЕ ім. Є.О. Патона НАНУ, 2006. – С. 67-72.

**RESEARCH INFORMATIVE PARAMETERS FOR THE INVERSE  
PROBLEMS OF DETERMINING STRESS STATE  
OF CYLINDRICAL BODIES**

*The informative parameters for piezomagnetic and optical methods for non-destructive determination of stress state in the semi-infinite cylinder are researched.*