Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016», 25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 517.956

ЛОКАЛЬНА РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ЗАДАЧІ З РУХОМИМИ МЕЖАМИ ДЛЯ КВАЗІ-ЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ У ФОРМІ ШАУДЕРА

Іван Полігас

Львівський національний університет імені Івана Франка, ivan_polihas@bigmir.net

В області $R_T = \left\{(x,t) \in R^2 \mid s_1(t) < x < s_2(t),\, s_1(0) = s_2(0) = 0,\, 0 < t < T\right\}$, де функції $s_i : [0,T] \to \mathbb{R}$, $s_i \in C^1[0,T]$, $i \in \{1,2\}$ розглянемо гіперболічну систему квазілінійних рівнянь, записаних у формі Шаудера, та систему вироджених рівнянь у вигляді:

$$g_{11}(x,t,u)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \lambda_1(x,t,u)\frac{\partial u_1}{\partial x}\right) + g_{12}(x,t,u)\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \lambda_1(x,t,u)\frac{\partial u_2}{\partial x}\right) = \\ = f_1(x,t,u), \tag{1}$$

$$g_{21}(x,t,u)\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \lambda_2(x,t,u)\frac{\partial u_1}{\partial x}\right) + g_{22}(x,t,u)\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \lambda_2(x,t,u)\frac{\partial u_2}{\partial x}\right) = \\ = f_2(x,t,u), \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = f_3(x,t,u), \quad \frac{\partial u_4}{\partial x} = f_4(x,t,u). \tag{3}$$

Тут $u(x,t) = \left(u_1(x,t), u_2(x,t), u_3(x,t), u_4(x,t)\right)$ – шукана функція, а функції $\lambda_i,\ f_i : R_T \times \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R},\ i \in \{1,2,3,4\}$ дійснозначні.

Для системи (1)-(3) задано такі початкові та крайові умови:

$$u(0,0) = u^0, \tag{4}$$

$$u_1(s_1(t),t) = k_1\left(t, u_1(s_2(t),t), u_2(s_1(t),t)\right), \tag{5}$$

$$u_2(s_2(t),t) = k_2\left(t, u_1(s_2(t),t), u_2(s_1(t),t)\right), \tag{6}$$

$$u_3(s_1(t),t) = k_3^1\left(t, u_1(s_2(t),t), u_2(s_1(t),t)\right), \tag{7}$$

$$u_3(s_2(t),t) = k_3^2\left(t, u_1(s_2(t),t), u_2(s_1(t),t)\right), \tag{8}$$

$$u_4(s_1(t),t) = k_4\left(t, u_1(s_2(t),t), u_2(s_1(t),t)\right). \tag{9}$$

При цьому $\lambda_2(0,0,u^0) < s_1^{'}(0) < 0 < s_2^{'}(0) < \lambda_1(0,0,u^0)$.

Для задачі (1)-(9), використовуючи принцип стискуючих відображень та методику, наведену в роботі [1], встановлено достатні умові існування та єдиності локального узагальненого неперервного розв’язку задачі (1)-(9).

Такі задачі мають важливе застосування [2-3].

1. *Дерев’янко Т. О., Кирилич В. М., Пелюшкевич О. В.* Задача з рухомими межами для виродженої гіперболічної системи квазілінійних рівнянь // Прикл. пробл. механіки і математики. – 2012. – Вип. 10. – С. 27–46.
2. *Габов С. А.* Новые задачи математической теории волн. – М.: Наука. – 1998. – 448 с.
3. *D’Acunto B., Frunzo L.* Free boundary problem for an initial cell layer in multispecies-biofilm formation // Appl. Math. Letters. – 2012. – V. 25. – N 1. – P. 20-26.

THE LOCAL SOLVABILITY FOR PROBLEM WITH MOVING BOUNDARIES FOR QUASI-LINEAR SYSTEM OF HYPERBOLIC EQUATIONS IN FORM SCHAUDER

Applying the method of characteristics and the Banach fixed point theorem, the conditions of existence and uniqueness of a local solution of problem for singular quasi-linear hyperbolic system in curvilinear sector are established.