

МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ТРИВИМІРНИХ ЗАДАЧ ТЕРМОЕЛЕКТРОПРУЖНОСТІ АНІЗОТРОПНИХ ТІЛ ІЗ ТРИЩИНАМИ

Ярослав Пастернак, Роман Пастернак

Луцький національний технічний університет, yaroslav.pasternak@gmail.com

На цей час анізотропні термопружні та термоелектропружні матеріали набули широкого використання у мікро-електро-механічних системах, смарт-структурах тощо. Це зумовлює значний науковий інтерес до побудови методів розв'язування відповідних задач механіки зв'язаних полів. Однак, на відміну від двовимірних, тривимірні задачі термоелектропружності анізотропних тіл є ще недостатньо вивченими, зокрема, до цього часу були відсутні відповідні інтегральні рівняння. Лише нещодавно були побудовані співвідношення типу Сомільяни [1], що дали можливість створити метод граничних елементів для вивчення просторового розподілу стаціонарних фізико-механічних полів у піроелектричних тілах із отворами.

Проте відомо, що при аналізі тіл із тріщинами інтегральних співвідношень [1] недостатньо. Тому, у цій праці продовжено дослідження [1] та отримано двовимірні гіперсингулярні інтегральні рівняння термоелектропружності анізотропних тіл. Їхні ядра побудовані за допомогою перетворення Радона. При цьому особливість виділена явно, а коефіцієнт при ній записаний у формі регулярного контурного інтеграла уздовж одиничного кола. Останній залежить лише від властивостей матеріалу та напряму радіуса-вектора.

При розв'язуванні отриманих рівнянь методом граничних елементів необхідно обчислювати двовимірні сингулярні та гіперсингулярні інтеграли. Для вирішення цього завдання у роботі запропоновано використовувати розривні квадратичні прямокутні граничні елементи та переходити до полярної системи координат при визначенні особливих інтегралів. При цьому у числовій реалізації сумісно застосовуються квадратура Гаусса для регулярного інтеграла за полярним кутом та модифікована квадратура Кутта для гіперсингулярних інтегралів за радіальною координатою. Модифікація квадратури Кутта полягає у використанні чебишевських вузлів, що значно збільшує точність цієї квадратури порівняно з рівномірно заданими вузлами, коли кількість останніх більша 10. Отримано вагові коефіцієнти цієї формули для гіперсингулярних інтегралів з особливостями $1/r$ та $1/r^2$.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

Для врахування кореневої особливості фізико-механічних полів на фронті тріщини запропоновано використовувати спеціальні функції форми. У випадку теплоізолюваної тріщини вони є регулярними (пропорційними до кореня відстані до фронту) та однаковими для стрибків температури, переміщень, електричного потенціалу. У випадку заданої на тріщині температури, функції форми для стрибка теплового потоку мають кореневу особливість. При цьому для зменшення похибки числового інтегрування застосовується поліноміальне відображення за радіальною координатою, що згладжує підінтегральний вираз.

Використання спеціальних функцій форми дає можливість високо-точного обчислення коефіцієнтів інтенсивності фізико-механічних полів на фронті тріщини. При цьому застосовуються ті ж співвідношення, що й для двовимірних задач. Проте для обчислення тензорів Barnett – Lothe у відповідних площинах використовуються їхні подання у формі контурних інтегралів, а не формули, що випливають із формалізму Stroh.

За допомогою розробленого методу граничних елементів досліджено тріщини у просторі з титанату барію за дії зовнішніх та внутрішніх теплових чинників. Підтверджено достовірність розробленого підходу.

За результатами числового аналізу вказано на перспективи дослідження проникних тріщин та врахування контакту їх берегів.

1. *Pasternak Ia., Pasternak R., Sulym H. A comprehensive study on Green's functions and boundary integral equations for 3D anisotropic thermomagnetoelasticity // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2016. – 64. – P. 222–229.*

**BOUNDARY ELEMENT METHOD
FOR 3D THERMOELECTROELASTICITY OF CRACKED
ANISOTROPIC SOLIDS**

This study concerns derivation of hypersingular integral equations for 3D thermo-electroelasticity of anisotropic solids and their solution within the boundary element approach. Several novelties are introduced, which are the new integral equations, new special shape functions and improvement of Kutt's quadrature for hypersingular integrals.