

## ПРО НАБЛИЖЕНІ РОЗВ'ЯЗКИ ІНТЕГРОДИФЕРЕНЦІЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ НЕОДНОРІДНО ЗАПОВНЕНИХ ЩІЛИН

Ірина Курташ, Мар'яна Кичма

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,  
iga.k@meta.ua, mariana-vng01@mail.ru

Розглядаємо задачі для сингулярних інтегродиференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами.

*Задача 1.*

$$\int_{-1}^1 \frac{u'(\xi)d\xi}{\xi-x} - \frac{\varepsilon}{h(x)}u(x) = p(x), \quad x \in (-1,1); \quad u(\pm 1) = 0. \quad (1)$$

*Задача 2.*

$$\frac{d}{dx} \left( \varepsilon^{-1} h(x) \int_{-1}^1 \frac{u(\xi)d\xi}{\xi-x} \right) + u(x) = p(x), \quad x \in (-1,1); \quad \int_{-1}^1 u(\xi)d\xi = C. \quad (2)$$

Тут  $u(x)$  – шукана функція;  $\varepsilon$  – малий параметр;  $h(x) = (1-x^2)^{1/2} g(x)$ ,  $g(x)$  – неперервна додатно визначена функція;  $p(x)$  та  $C$  задані.

До рівнянь (1) зводиться задача пружної рівноваги пластини з прямолінійною щілиною, заповненою неоднорідним низькомодульним матеріалом [1]. Рівняння (2) відповідають задачі стаціонарної фільтрації рідини до неоднорідно закріпленої високопровідним пропантом тріщини гідророзриву [2].

Розв'язки розглянутих рівнянь побудовано у вигляді асимптотичних розвинень за степенями малого параметра  $\varepsilon$ . У результаті одержано ланцюжок сингулярних інтегральних рівнянь з ядром Коші, для яких результати отримуються в квадратурах.

На основі наближених аналітичних результатів досліджено вплив неоднорідного заповнення щілин на міцність пластинчастих конструкцій та з'ясовано роль нерівномірної концентрації пропанту, що заповнює тріщину, у зміні дебіту свердловини.

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,  
25–27 травня 2016 р., Львів**

1. *Маруха В. І., Панасюк В. В., Силованюк В. П.* Механіка руйнування та міцність матеріалів. Т. 12: Ін'єкційні технології відновлення роботоздатності пошкоджених споруд тривалої експлуатації / Ред. В. В. Панасюк. – Львів: Сполом, 2009. – 262 с.
2. *Каневская Р. Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. – М.: ООО “Недра-Бизнесцентр”, 1999. – 212 с.

**ON APPROXIMATE SOLUTIONS OF INTEGRODIFFERENTIAL  
EQUATIONS FOR INHOMOGENEOUSLY FILLED SLITS**

*The singular integrodifferential equations with variable factors for inhomogeneously filled slits have been considered. The approximate analytical solutions are constructed using the small parameter method.*