Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 517.983

NONLOCAL PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR EVOLUTION EQUATION OF SECOND ORDER

Grzegorz Kuduk

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Rzeszow,
Poland, gkuduk@onet.eu

Let H be a Banach space, and A be a linear operator $A: H \to H$. Let arbitrary powers $A^n, n = 2, 3, \ldots,$ be also defined in H for the operator A. Denote $x(\lambda)$ to be an eigenvector of the operator A, which corresponds to an eigenvalue $\lambda \in \mathbb{C}$. We consider a nonlocal problem for differential-operator equations

$$\left\langle \frac{d}{dt} - a(A) \right\rangle^2 U(t) = 0, \; t \in (0, T), \tag{1}$$

$$p_i(A) \frac{d^k U}{dt^k}\bigg|_{t=0} + q_i(A) \frac{d^k U}{dt^k}\bigg|_{t=0} + \int_0^T t^k U(t) dt = \varphi_i, \quad k = \{0, 1\}, \tag{2}$$

where $T > 0$, $U : (0, T) \to H$ is an unknown vector-function, $p_i(\lambda), \; i = \{1, 2\}$, are given polynomials, $a(A)$ is an abstract operator with entire symbol $a(\lambda) \neq \text{const}$, $\lambda \in \mathbb{C}$.

Let function $M_m(t, \lambda)$ be a solution of the equation

$$\left\langle \frac{d}{dt} - a(\lambda) \right\rangle^2 M_m(t, \lambda) = 0$$

for $m \in \{0, 1\}$ and let it be complying with the following integral conditions

$$p_m(\lambda) \frac{d^k M_m}{dt^k}\bigg|_{t=0} + q_m(\lambda) \frac{d^k M_m}{dt^k}\bigg|_{t=0} + \int_0^T t^k M_m(t, \lambda) dt = \delta_{mk}, \tag{3}$$

where δ_{mk} is the Kronecker delta, $k = \{0, 1\}$.

Definition. We shall say that vector φ from H belongs to $L \subseteq H$, if there exists a depending on φ linear operator $R_\varphi(\lambda): H \to H$, $\lambda \in \Lambda \subseteq \mathbb{C}$, and measure $\mu_\varphi(\lambda)$ such that

$$\varphi = \int_{\Lambda} R_{\varphi}(\lambda) x(\lambda) d\mu_{\varphi}(\lambda).$$

Theorem. *Let in the nonlocal conditions (2) and (3), the vectors* φ_1 *and* φ_2 *belong to L, i.e.,* φ_1 *and* φ_2 *can be represented in the form*

$$\varphi_i = \int_{\Lambda} R_{\varphi_i}(\lambda) x(\lambda) d\mu_{\varphi_i}(\lambda),$$

where $i \in \{1, 2\}$, $\lambda \in \Lambda \setminus P$, *and P is the set zeros for the function* $\Delta(\lambda)$. *Then the formula*

$$U(t) = \int_{\Lambda} R_{\varphi_0}(\lambda) \{M_0(t,\lambda) x(\lambda)\} d\mu_{\varphi_0}(\lambda) + \int_{\Lambda} R_{\varphi_1}(\lambda) \{M_1(t,\lambda) x(\lambda)\} d\mu_{\varphi_1}(\lambda)$$

defines a formal solution to the problem (1), (2).

We construct a solution of the problem (1)–(3) by making use of the differential-symbol method [1, 2].

1. *Каленюк П. І., Нитребич З. М.* Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2002. – 292 с.
2. *Kalenyuk P. I.,Kuduk G., Kohut I. V., Nytrebych Z. M.* Problem with integral conditions for differential operator equation // J. Math. Sci. – 2015. – **208**, No. 3. – P. 267-276.

НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНОЮ УМОВОЮ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

За допомогою операторно-символьного методу подано розв’язок задачі з інтегральними умовами для однорідного диференціально-операторного рівняння другого порядку за виділеною змінною (за якою задано нелокальні інтегральні умови) з оператором, визначеним в банаховому просторі. У випадку, коли праві частини умов належать до спеціального підпростору, у якому вектори зображуються як інтеграли за деякою мірою, розв’язок задачі подано у вигляді інтегралів за цією ж мірою.