Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 517.983+517.95

NONLOCAL PROBLEM FOR NONHOMOGENEOUS PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION OF SECOND ORDER

Grzegorz Kuduk

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Rzeszow,
Poland, gkuduk@onet.eu

In the strip $\Omega:\{(t,x)\in\mathbb{R}^2 : t\in(0,T), x\in\mathbb{R}\}$, we consider nonlocal problem with integral conditions:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right\rangle^2 U(t,x) = f(t,x), \tag{1}$$

$$P_1\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(t,x)\bigg|_{t=0} + Q_1\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(t,x)\bigg|_{t=T} + \int_0^T U(t,x)dt = 0, \tag{2}$$

$$P_2\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial U(t,x)}{\partial t}\bigg|_{t=0} + Q_2\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial U(t,x)}{\partial t}\bigg|_{t=T} + \int_0^T tU(t,x)dt = 0, \tag{3}$$

where $f(t,x)$ is a given function, $P_i\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$, $Q_i\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$, $i=1,2$, are differential polynomials, $a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ is a differential expression, with entire symbol $a(\lambda)\neq \text{const}$. Let $K_{C,M}$ be a class of the quasipolynomials of the from

$$f(t,x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} R_{i,j}(t,x)\exp\left[\alpha_j x + \beta_i t\right], \tag{4}$$

where $\alpha_j \in M \subset C$, $\alpha_k \neq \alpha_l$, for $k\neq l$, $\beta_j \in C$, $\beta_k \neq \beta_l$, for $k \neq l$.

Theorem. *Let* $f(t,x)$ *in equation (1) be entire function of the form (4), and belong* $K_{C,M}$. *Then, in the class* $K_{C,M}$, *there exists a unique solution to the problem (1)–(3), which can be represented in the form*

$$U(t,x) = f\left(\frac{\partial}{\partial \nu}, \frac{\partial}{\partial \lambda}\right)\left\{G(t,\nu,\lambda)\exp[\lambda x]\right\}\Big|_{\nu=\lambda=0} \quad ,$$

where $G(t,\nu,\lambda)$ *is a solution of the problem*

$$\left\langle \frac{d}{dt} - a(\lambda) \right\rangle^2 G(t,\nu,\lambda) = \exp(\nu t) \ ,$$

$$P_1(\lambda)G(t,\nu,\lambda)\Big|_{t=0} + Q_1(\lambda)U(t,\nu,\lambda)\Big|_{t=T} + \int_0^T G(t,\nu,\lambda)dt = 0,$$

$$P_2(\lambda)\frac{dG(t,\nu,\lambda)}{dt}\Bigg|_{t=0} + Q_2(\lambda)\frac{dU(t,\nu,\lambda)}{dt}\Bigg|_{t=T} + \int_0^T tG(t,\nu,\lambda)dt = 0.$$

A solution to the problem (1)–(3) can be achieved by means of the differential-symbol method [1] extended to the case of differential-operator equations [2].

1. *Каленюк П. І., Нитребич З. М.* Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2002. – 292 с.
2. *Kalenyuk P. I.,Kuduk G., Kohut I. V., Nytrebych Z. M.,* Problem with integral conditions for differential operator equation // J. Math. Sci. – 2015. – **208**, No. 3. – P. 267-276.

НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРІДНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Запропоновано метод розв'язування за допомогою диференціально-символьного методу задачі з нелокальними інтегральними умовами для неоднорідного диференціального рівняння з частинними похідними другого порядку за виділеною змінною (за якою задано нелокальні інтегральні умови). Для правих частин рівняння, що належать до спеціального класу квазімногочленів, побудовано розв'язок задачі.