

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

УДК 533.6.013.42

ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ ПРУЖНИХ ОСНОВ І ДВОШАРОВОЇ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ В ЖОРСТКОМУ КІЛЬЦЕВОМУ ЦИЛІНДРИЧНОМУ РЕЗЕРВУАРІ

Юрій Кононов, Юрій Джуха

Донецький національний університет,
kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com, vu.djukha@donnu.edu.ua

Складність розгляду поздовжніх коливань пружних основ і важкої рідини в жорстких циліндричних резервуарах пов'язана з необхідністю враховувати коливання стовпа рідини між пружними основами і статичний прогин пластин. У зв'язку з цим виникає інтерес до задачі про осесиметричні коливання пружних основ і рідини в коаксіальному циліндрі.

У лінійній постановці розглянуто задачу про спільні осесиметричні коливання пружних основ і важкої двошарової ідеальної нестисливої рідини в жорсткому кільцевому циліндричному резервуарі. Пружні основи моделюємо кільцевими пластинами, що піддаються розтягуючим зусиллям в серединній поверхні. Зовнішній і внутрішній контури пластин можуть бути защемлені, оперті чи вільні. Коливання пластин і рідини вважаються безвідривними, а рух рідини - потенційним. Прогини пластин представлені як суми статичного і динамічного прогинів. Спектральна задача подана у вигляді системи з двох неоднорідних бігармонічних рівнянь, що описують спільні коливання пластин і рідин. Загальний розв'язок кожного з рівнянь подається у вигляді суми загального розв'язку відповідного однорідного рівняння і окремого розв'язку неоднорідного рівняння. Механічні параметри пластини і щільності рідин визначають загальний розв'язок кожного з однорідних рівнянь, що містить невідому частоту. Окремі розв'язки неоднорідних рівнянь подаються у вигляді розкладів в ряд по власних функціях коливань ідеальної рідини в кільцевому циліндричному резервуарі.

З умов закріплення зовнішніх і внутрішніх контурів пластин, умов спільності коливань і нестисливості рідини виведено і досліджено для низки окремих випадків частотне рівняння власних спільних осесиметричних коливань пружних основ і двошарової ідеальної рідини. Розглянуто різні граничні випадки виродження кільцевих пластин в мембрани, в абсолютно жорсткі пластини, в кругові, а також випадок відсутності верхньої пластини (випадок рідини з вільною поверхнею). У загальному випадку частотне рівняння являє собою складне трансцендентне рівняння у вигляді визначника дев'ятого

<http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2016>

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016», 25–27 травня 2016 р., Львів

порядку. Якщо одна з пластин вироджується в мембрану, то визначник буде сьомого порядку, а якщо обидві пластини, то п'ятого порядку. У разі наявності вільної поверхні у рідині (верхня пластина відсутня), визначник стане п'ятого порядку, а якщо одна з пластин стає абсолютно жорсткою, визначник вже буде четвертого порядку. У загальному вигляді частотний спектр рівняння складається з трьох наборів частот, що відповідають коливанням верхнього, нижнього пружних основ і коливанням поверхні розділу рідин. Для широкого кола параметрів розглянутої механічної системи проведені та проаналізовані чисельні дослідження.

Узагальнено результати роботи [1] на випадки кільцевого резервуара, двохшарової ідеальної рідини та різних способів закріплення контурів пластин. На підставі проведених для випадку кругового резервуара з вільною поверхнею чисельних досліджень можна зробити наступні висновки:

- ✓ частотний спектр складається із трьох наборів частот, що відповідають коливанням вільної, внутрішньої поверхонь і пружного дна. У досить широкому діапазоні зміни параметрів механічної системи спостерігається слабка зміна частот вільної поверхні та поверхні розділу рідин та суттєва зміна частот пружного дна;
- ✓ залежність частоти коливань пружного дна від безрозмірної жорсткості в більшості випадків майже лінійна;
- ✓ зі зменшенням глибин заповнення або масової характеристики пластини відбувається істотне збільшення частот третього набору.

1. Кононов Ю. Н., Русаков В. Ф., Джуха Ю. А. Осесимметричные колебания упругих оснований и идеальной жидкости в жестком цилиндрическом резервуаре // Вісн. Запорізького ун-ту. Сер. Фіз.-мат. – 2015. – №. 2 – С. 105-114.

AXIALLY SYMMETRIC VIBRATIONS OF ELASTIC FOUNDATIONS AND IDEAL TWO-LAYER LIQUID IN A RIGID ANNULAR CYLINDRICAL TANK

In the linear formulation, the problem of coupled axially symmetric vibrations of elastic foundations in the form of annular plates and heavy two-layer ideal incompressible liquid in a rigid annular cylindrical tank is considered. The frequency equation of natural coupled axially symmetric vibrations of elastic foundations and ideal two-layer liquid is deduced and investigated for a number of special cases from the boundary conditions of fixing of inner and outer contours of the plates, conditions of compatibility of vibrations and liquid incompressibility. The boundary cases of conversion of annular plates to membranes, to absolutely rigid plates, to circular plates, and the case of liquid with a free surface are considered. Numerical studies were conducted and analyzed for a wide range of parameters of the considered mechanical system.