

НЕЛОКАЛЬНА ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ДВОВИМІРНОГО РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Наталія Кінаш

Львівський національний університет імені Івана Франка,
kinashnataliia@gmail.com

В області $Q_T := \{(x, y, t) : 0 < x < h, 0 < y < l, 0 < t < T\}$ розглядаємо двовимірну обернену задачу визначення пари невідомих функцій $a(t)$, $u(x, y, t)$, що задовольняють:

$$u_t = a(t)\Delta u + f(x, y, t), \quad (x, y, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in [0, h] \times [0, l], \quad (2)$$

$$u(0, y, t) = \mu_{11}(y, t), \quad u(h, y, t) = \mu_{12}(y, t), \quad (y, t) \in [0, l] \times [0, T], \quad (3)$$

$$u(x, 0, t) = \mu_{21}(x, t), \quad u(x, l, t) = \mu_{22}(x, t), \quad (x, t) \in [0, h] \times [0, T], \quad (4)$$

та нелокальну умову перевизначення

$$v_1(t)u_x(0, y_0, t) + v_2(t)u_x(h, y_0, t) = \mu_3(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

де y_0 – фіксоване значення із проміжку $(0, l)$.

Доведено такі теореми:

Теорема 1. *Нехай виконуються умови*

$$(A1) \quad f \in C^{\alpha, 0}(\overline{Q_T}), \quad \varphi \in C^{2+\alpha}([0, h] \times [0, l]), \quad \psi \in C^{2+\alpha, 1}(\overline{Q_T}),$$

$$\tilde{\mu}_3, v_1, v_2 \in C^1([0, T]);$$

$$(A2) \quad -v_1(t)(\Delta\varphi(0, y_0) + \Delta\psi(0, y_0, t)) + v_2(t)(\Delta\varphi(h, y_0) + \Delta\psi(h, y_0, t)) > 0,$$

$$-v_2(t)(f(h, y_0, t) - \psi_t(h, y_0, t)) + v_1(t)(f(0, y_0, t) - \psi_t(0, y_0, t)) > 0,$$
$$t \in [0, T];$$

$$(A3) \quad v_1(0)\varphi'(0, y_0) + v_2(0)\varphi'(h, y_0) = \tilde{\mu}_3(0);$$

а також умови узгодження нульового порядку для задачі (1)-(4).

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

Тоді задача (1)-(5) має принаймні один розв'язок $(a, u) \in C([0, t^*]) \times C^{2,1}(\bar{Q}_{t^*})$, де $t^* \in (0, T]$ визначається з вихідних даних.

Теорема 2. Припустимо, що $\varphi \in C^{2+\alpha}([0, h] \times [0, l])$; $\psi \in C^{2+\alpha, 1}(\bar{Q}_T)$, $f \in C^{\alpha, 0}(\bar{Q}_T)$ і виконується умова $v_2(t)(\Delta\varphi(h, y_0) + \Delta\psi(h, y_0, t)) - v_1(t)(\Delta\varphi(0, y_0) + \Delta\psi(0, y_0, t)) \neq 0$, $t \in [0, T]$. Тоді розв'язок $a(t)$, $u(x, y, t)$ задачі (1)-(5) єдиний у класі $C([0, T_0]) \times C^{2+\alpha, 1}(\bar{Q}_{T_0})$, де $T_0 \in (0, T]$ визначається з вихідних даних.

NONLOCAL INVERSE PROBLEM FOR A 2D HEAT EQUATION

An inverse problem of determining time-dependent leading coefficient in a 2D heat equation with nonlocal overdetermination condition is considered. The conditions of existence and uniqueness of solution to the problem are established.