Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ЗА ЗГИНУ ПЛАСТИНИ З АБСОЛЮТНО ЖОРСТКОЮ ШАЙБОЮ ТА ДОВІЛЬНО РОЗТАШОВАНОЮ ТРІЩИНОЮ, БЕРЕГИ ЯКОЇ КОНТАКТУЮТЬ ПО ОБЛАСТІ СТАЛОЇ ШИРИНИ

Микола Слободян, Христина Старух

Львівський національний університет імені Івана Франка, starukh_kh@mail.ua

Нехай нескінченна ізотропна пластина товщиною $2h$ містить абсолютно жорстку кругову шайбу радіуса R і довільно розташовану наскрізну прямолінійну тріщину довжиною $2l$. У серединній площині пластини введемо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ з початком у центрі шайби, а вісь $O\tilde{z}$ нехай буде перпендикулярною до серединної площини пластини. Пов’яжемо з площиною Oxy полярну систему координат r і θ з полярною віссю Ox і полюсом у т. O. Точку з координатою $(x_0, 0)$, яка співпадає з центром тріщини, позначимо через O_1, а кут нахилу лінії тріщини до осі Ox позначимо через α. Пов’яжемо з тріщиною декартову систему координат $O_1 x_1 y_1$ з початком у точці O_1. Нехай на безмежності пластина згинається рівномірно розподіленими моментами M_x^∞ і M_y^∞. Вважатимемо, що при заданому навантаженні береги тріщини будуть контактувати по області постійної ширини h_1 на верхній основі пластини по всій довжині тріщини. Область всередині шайби позначимо через S^+, зовні – через S^-; лінію, де розміщена тріщина, – через L_1, межу шайби – через L. (див. рис.1).

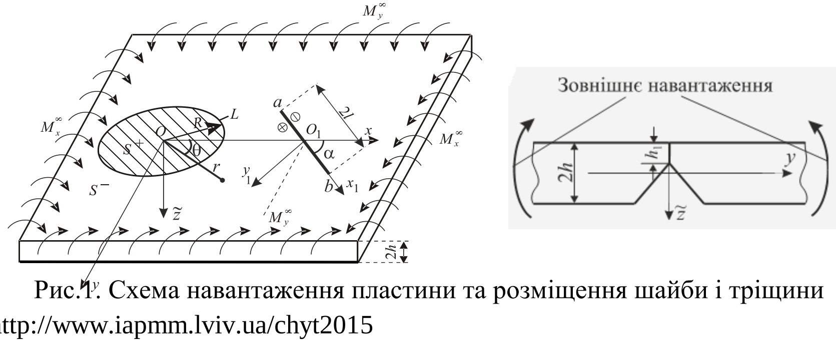

Рис.1. Схема навантаження пластини та розміщення шайби і тріщини

Оскільки береги тріщини контактують, то розв’язок задачі будемо шукати у вигляді розв’язків двох задач: задачі згину пластини (теорія Кірхгофа-Лява) та плоскої задачі.

На межі абсолютно жорсткої кругової шайби маємо такі крайові умови:

$$w = 0,\ \partial w / \partial r = 0,\ u_{\Pi r} = 0,\ u_{\Pi\theta} = 0,\ x \in L,$$

де w – прогин пластини у задачі згину, $u_{\Pi r}$, $u_{\Pi\theta}$ – компоненти вектора переміщень у полярній системі координат в плоскій задачі.

Крайові умови на берегах тріщини мають вигляд

$$P^+ = P^- = 0,\quad M_{y1}^+ = M_{y1}^- = \beta h N,\ [\upsilon_\Pi] + \alpha h[\partial w / \partial y_1] = 0,\ x_1 \in L_1,$$

$$\sigma_{\Pi x_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi x_1 y_1}^- = 0,\quad \sigma_{\Pi y_1 y_1}^+ = \sigma_{\Pi y_1 y_1}^- = -N/(2h),\ x_1 \in L_1,$$

$$\alpha = 0,5(1 + (1-\gamma)^2),\ \beta = 1 - \gamma/3,\ \gamma = h_1 / h,$$

де N – контактне зусилля між берегами тріщини; υ_Π – компонента векора переміщення у плоскій задачі у декартовій системі координат; $[f] = f^+ - f^-$, значками $''+''$ і $''-''$ позначено граничні значення функцій при прямуванні точки площини до тріщини при $y_1 \to \pm 0$.

Із використанням комплексних потенціалів плоскої задачі і класичної теорії згину пластин, розв'язок задачі зведений до задач лінійного спряження, на основі яких отримано системи сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих функцій стрибків кутів повороту нормалі до серединної площини у задачі згину та стрибків переміщень на берегах тріщини у плоскій задачі, яка розв’язана чисельно за допомогою методу механічних квадратур. Проведений числовий аналіз коефіцієнтів інтенсивності моментів та зусиль, контактного зусилля між берегами тріщини та критичного навантаження, яке може бути прикладене до пластини при різних параметрах задачі.

DETERMINATION OF THE CRITICAL LOAD FOR BENDING OF A PLATE WITH AN ABSOLUTELY RIGID DISK AND AN ARBITRARILY LOCATED CRACK WITH FACES CONTACTING AT AREA OF CONSTANT WIDTH

The problem of plate bending with an absolutely rigid disk and an arbitrarily located crack is formulated and solved considering the width of the contact area of the crack faces. With the use of complex potentials for the plane problem and the classical theory of plate bending, solution of the problem is reduced to a linear boundary value problem. Based on this, the systems of singular integral equations are obtained for functions of middle plane normal rotation angle jumps in the case of bending problem and crack faces displacements jumps in the case of the plane problem. This system is solved numerically using the method of mechanical quadratures. The numerical analysis of the intensity factors of moments and forces, the contact force between the crack faces and the critical load that can be applied to the plate at different parameters of the problem is performed.