

АНАЛІЗ ЕФЕКТУ БОЧКОУТВОРЕННЯ В ЦИЛІНДРІ З ОДНИМ ВІЛЬНИМ ТОРЦЕМ

Тетяна Штефан

Запорізький національний технічний університет, tayana2000@rambler.ru

В якості деформованого тіла будемо розглядати круговий циліндр радіуса R та довжини h , вісь якого співпадає з віссю Oz , і який знаходиться в умовах симетричної відносно осі деформації [1]. Будемо застосовувати циліндричну систему координат z, r, θ з початком в середині верхньої основи. Очевидно, що в цьому випадку дотичні напруження $\tau_{r\theta}, \tau_{z\theta}$ тотожно дорівнюють нулю, а інші компоненти тензора напружень та вектора переміщень не залежать від значення кута θ .

На верхню основу циліндра тисне гладкий абсолютно жорсткий штамп у вигляді параболоїда обертання, який переміщується вертикально. Під дією цього штампа верхня основа циліндра приймає форму параболоїда обертання, причому максимальний прогин p . Нижня основа циліндра вільна від навантажень. Циліндр закріплено таким чином, що точки бічної поверхні можуть здійснювати лише горизонтальні переміщення. Оскільки задача розв'язується в лінійній постановці, то всі компоненти тензора напружень при фіксованих геометричних та механічних параметрах пропорційні значенню максимального прогину верхньої основи. Математично ці умови записуються наступним чином:

$$w(r;0) = \frac{p}{R^2}(R^2 - r^2), w(R;z) = 0, \tau_{rz}(r;0) \equiv \tau_{rz}(r;h) = 0, \sigma_z(r;h) = 0. \quad (1)$$

Дискретний аналог умов (1):

$$w(0;0) = p, w(R;0) = 0, w(R;h) = 0, \sigma_z(0;h) = 0, \sigma_z(R;h) = 0; \\ \tau_{rz}(0;h) = 0, \tau_{rz}(R;h) = 0, \tau_{rz}(0;0) = 0, \tau_{rz}(R;0) = 0.$$

Під дією штампа циліндр змінює свою форму. В кінцевому положенні він стає нижче, а його осьові перерізи, починаючи з деякої глибини, збільшують свою площу. Цей ефект в літературі називають бочкоутворенням [2]. Уявлення про форму деформованого циліндра можна отримати, якщо дослідити радіальні переміщення на його бічній поверхні [3].

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

Враховуючи те, що компоненти $\tau_{r\theta}, \tau_{z\theta}$ тотожно дорівнюють нулю, запишемо функцію енергії формозміни, яка застосовується в енергетичній теорії міцності в полярних координатах [1]:

$$\sigma^{IV} = F(r, \theta, z) = \sqrt{(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)^2 - 3(\sigma_r \sigma_\theta + \sigma_r \sigma_z + \sigma_\theta \sigma_z - \tau_{rz}^2)}.$$

Чисельний аналіз деформації циліндра, осьовим перерізом якого є квадрат ($R=1, h=2$), показав, що положення максимуму на бічній межі не залежить від значення максимального прогину штампугина p , а значення максимуму та зміна радіуса найбільшого поперечного перерізу «бочки», що утворилася внаслідок деформації, прямо пропорційна величині прогину (табл. 1). Як бачимо, при збільшенні коефіцієнта Пуассона положення критичного перерізу та його розмір змінюється незначно, а значення функції потенціальної енергії формозміни суттєво зростає.

Таблиця 1. Положення та значення максимуму функції $F(r, z)$ на бічній межі при $h=2$ для різних значень коефіцієнта Пуассона.

ν	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,49
z_{\max}	0,835	0,836	0,841	0,852	0,871	0,903	0,955	1,02
F_{\max}	0,268	0,292	0,322	0,361	0,412	0,485	0,593	0,727
ΔS	6,53%	6,71%	6,86%	6,99%	7,07%	7,09%	6,96%	6,65%

1. Власов В. З, Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – Москва: ГИФМЛ, 1960. – 490 с.
2. Локощенко А. М., Моссаковский В. В., Терауд П. А. Исследование осадки круговых цилиндров при ползучести с учетом и без учета бочкообразования // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 52–62.
3. Штефан Т. А., Величко Е. В. Энергия формоизменения в коротком цилиндре при аксиальной симметрической деформации // Деформация и разрушение материалов. – Москва: «Наука и технологии». – 2014. – № 6. – С. 12–18.

**ANALYZING THE EFFECT OF CHANGING THE SHAPE
INTO A CYLINDER WITH ONE FREE END**

Purpose of the present work is to find the critical areas of the elastic deformation of a circular cylinder of finite height in terms of the strength of the fourth hypothesis. It is assumed that the cylinder is in an axially symmetric deformation caused by the action on one of its bases parabolic die. In this case, the opposite reason to assume free from stress. Within the framework set by the static problem is numerically investigated the influence of parameters on the geometric characteristics of barrel.