**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

УДК 512.546

ЗЛІЧЕННІ ОБ'ЄДНАННЯ ТИХОНОВСЬКИХ ПРОСТОРІВ ТА М-ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ

Назар Пирч

Українська академія друкарства, pnazar@ukr.net

Топологічні простори *X* та *Y* називаються M -еквівалентними, якщо їхні вільні топологічні групи *F(X)* та *F(Y)* є топологічно ізоморфними. Підпростір *Y* топологічного простору *X* називається *G*-ретрактом цього простору, якщо довільне неперервне відображення з простору *Y* у топологічну групу *H* допускає неперервне продовження на *X*.

Теорема 1. *Нехай* $X = \overset{\infty}{\underset{i=1}{\oplus}} X_i$ *і кожен простір* X_{i+1} *містить G-ретракт гомеоморфний* X_i. *Нехай також* $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ *– довільна підпослідовність множини натуральних чисел. Покладемо* $\widetilde{X} = \overset{\infty}{\underset{k=1}{\oplus}} X_{n_k}$. *Тоді простори X та* $\widetilde{X}$ *є* M *-еквівалентними.*

Для топологічного простору *X* позначимо $S(X) = \overset{\infty}{\underset{n=1}{\oplus}} X^n$. Скажемо, що топологічні простори *X* та *Y* є r_G -рівними, якщо простір *X* містить *G*-ретракт гомеоморфний *Y*, а простір *Y* містить *G*-ретракт гомеоморфний *X*. З теореми 1 випливають наступні наслідки.

Наслідок 1. *Нехай X -тихоновський простір,* n, m *– натуральні числа. Тоді простори S(X) та* $X^m \times S\left(X^n\right)$ *є* M *-еквівалентними.*

Наслідок 2. *Нехай X та Y є* r_G*-рівні простори, D – нескінченний дискретний простір. Тоді простори D×X та D×Y є M -еквівалентними.*

Наслідок 3. *Нехай X та Y є* r_G *-рівні простори. Тоді простори F(X) та F(Y) є M -еквівалентними.*

Теорема 2. *Нехай* $X = \overset{\infty}{\underset{i=1}{\oplus}} X_i$ *і кожен простір* X_i *містить G-ретракт гомеоморфний K. Тоді простори X та X⊕K є M -еквівалентними.*

Наслідок 4. *Нехай підпростір Y є G-ретрактом простору X. Тоді простори F(X) та F(X)⊕Y є M-еквівалентними. Зокрема для кожного тихоновського простору X простори F(X) та F(X)⊕Y є M-еквівалентними.*

Наслідок 5. *Нехай підпростір Y є G-ретрактом простору X, D − нескінченний дискретний простір. Тоді простори D×X та D×(X⊕Y) є M-еквівалентними.*

Наслідок 6. *Нехай підпростір Y є G-ретрактом простору X, D − скінченний або зліченний дискретний простір. Тоді простори S(X), S(D×X) та S(X⊕Y) є M-еквівалентними.*

Нехай $A\subseteq X$, $B\subseteq Y$. Скажемо, що пара *(X, A)* є M-еквівалентною парі *(Y, B)*, якщо існує топологічний ізоморфізм *i: F(X)→F(X)* такий, що $i(\langle A\rangle)=\langle B\rangle$.

Теорема 3. *Нехай* $X=\mathop{\oplus}\limits_{i=1}^{\infty} X_i$ *і кожен простір* X_{i+1} *містить* G*-ретракт гомеоморфний* X_i. *Нехай також* I_1, I_2 *− довільні нескінченні підмножини множини натуральних чисел, доповнення до яких є також нескінченними множинами. Покладемо* $K_1=\mathop{\oplus}\limits_{i\in I_1} X_i$, $K_2=\mathop{\oplus}\limits_{i\in I_2} X_i$. *Тоді пари* (X,K_1) *та* (X,K_2) *є* M*-еквівалентними.*

Наслідок 7. *Нехай X − тихоновський простір,* n_1, n_2, m_1, m_2 *− натуральні числа, причому* $n_1\geq 2$, $n_2\geq 2$. *Тоді пари* $\left(S(X), X^{m_1}\times S\left(X^{n_1}\right)\right)$ *та* $\left(S(X), X^{m_2}\times S\left(X^{n_2}\right)\right)$ *є* M*-еквівалентними.*

COUNTABLE UNIONS OF TYCHONOFF SPACES AND M-EQUIVALENCE

New general methods for constructing examples of M-equivalent spaces are presented.