

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ ЗАКРІПЛЕНОГО ТОРЦЯ ДОВГОГО ЦИЛІНДРА ЗА ОСЬОВОГО РОЗТЯГУ

Леся Постолак

Інститут прикладних проблем механіки і математики
імені Я. С. Підстригача НАН України

Розглядається скінченний циліндр $0 \leq r \leq a$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 \leq z \leq L$ (r, θ, z – циліндричні координати, $L > 2$), бічна поверхня якого $r = a = 1$ вільна від навантажень:

$$\sigma_{rr}|_{\xi=1} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{\xi=1} = 0,$$

а на торцях циліндра $\zeta = 0$ та $\zeta = L$ задано умови:

$$u_z|_{\zeta=0} = 0, \quad u_r|_{\zeta=0} = 0, \\ \sigma_{zz}|_{\zeta=L} = \sigma(\xi), \quad \sigma_{rz}|_{\zeta=L} = 0.$$

Тут $\xi \equiv r/a$, $\zeta \equiv z/a$ – безрозмірні координати.

Розв'язок цієї лінійної задачі шукатимемо у вигляді суперпозиції основного напружено-деформованого стану $\bar{\sigma}_{ij}$, $\bar{\varepsilon}_{ij}$ та збурення $\tilde{\sigma}_{ij}$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ [1]. Оскільки довжина циліндра L перевищує його діаметр, то збурення протилежних кінців циліндра практично не взаємодіють. Це дозволяє звести задачу для збурень до двох незалежних задач для півбезмежного циліндра з умовами (1) та (2) відповідно:

$$\tilde{u}_z|_{\zeta=0} = 0, \quad \tilde{u}_r|_{\zeta=0} = \frac{\nu \bar{\sigma}}{E} \xi, \quad \bar{\sigma} = 2 \int_0^1 \sigma(\xi) \xi d\xi, \quad (1)$$

$$\tilde{\sigma}_{zz}|_{\zeta=0} = \sigma(\xi) - \bar{\sigma}, \quad \tilde{\sigma}_{rz}|_{\zeta=0} = 0. \quad (2)$$

Тут E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу.

Для розв'язування задачі що відповідає збуреному напружено-деформованому стану застосовуємо метод [1], що базується на розвиненні компонент напружень і переміщень за повними системами комплексних осесиметричних однорідних розв'язків рівнянь Ляме [2].

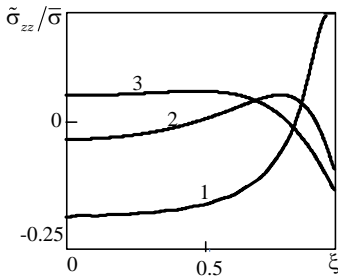


Рис. 1

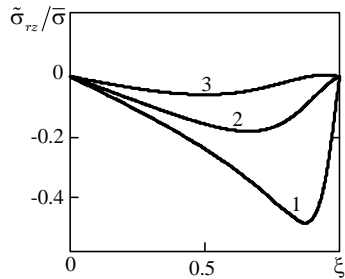


Рис. 2

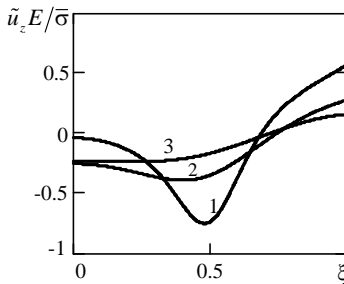


Рис. 3

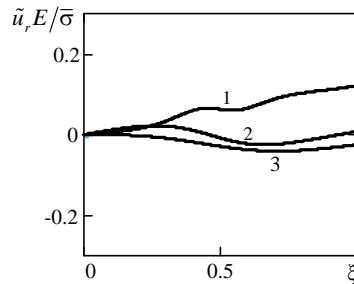


Рис. 4

Графіки на рис. 1, 2 ілюструють концентрацію напружень в околі жорстко закріпленого торця циліндра, а рис. 3, 4 відтворює збурення поля безрозмірних переміщень в околі торця, навантаженого нормальними силами. Криві 1, 2 та 3 на рис. 1–4 відповідають відстаням 0, 0.3 та 0.5 від відповідних торців.

1. Чекурін В. Ф., Постолак Л. І. Варіаційний метод однорідних розв'язків у осесиметричних задачах теорії пружності для півбезмежного циліндра // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2013. – **56**, № 1. – С. 145-155.
1. Лур'є А. І. Теорія упругості – М.: Наука, 1970. – 940 с.

STRESS CONCENTRATION IN THE NEIGHBORHOOD OF THE FIXED END OF THE LONG CYLINDER UNDER AXIAL STRETCHING

Stress concentration in the neighborhood of the rigidly fixed end of the long cylinder which is loaded on the other end of the normal forces has been investigated.