

РЕСТАВРАЦІЯ МНОЖИНИ ТЕРМОПРУЖНИХ СТАНІВ НЕОБМЕЖЕНОГО ТІЛА ЗА ВІДОМОГО ПОЧАТКОВОГО РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ У СФЕРІ

Оксана Попіль¹, Павло Турчин²

¹Національний університет «Львівська політехніка»

²Львівський національний університет імені Івана Франка, f5z@ukr.net

Розв'язана некоректна центральносиметрична квазістатична задача термопружності для необмеженого тіла за відомого початкового розподілу температури у сферичній області. Така задача є актуальною у випадку існування у тілі області, яка є недоступною для експериментальних замірів. Будемо вважати, що температурне поле є функцією безрозмірних змінних, де R – радіус сфери, c – коефіцієнт температуропровідності і t – час. Тоді розв'язок рівняння теплопровідності

$$T(\alpha, \tau) = T_0 f(\alpha^2), \quad 0 \leq \alpha < \infty,$$

можна подати інтегралом Фур'є

$$T(\alpha, \tau) = T_0 \left\{ C^T + \alpha^{-1} \int_0^{\infty} A(x, p) e^{-x^2 \tau} \sin(x \alpha) dx \right\}. \quad (1)$$

Тут $A(x, p)$ – довільна функція, яка залежить від параметра p ,

$$C^T = \lim_{(\alpha, \tau) \rightarrow \infty} T(\alpha, \tau) \text{ - стала.}$$

Нехай у сфері радіуса R , яка знаходиться у необмеженому тілі відомий початковий розподіл температури $T(\alpha, \tau) = T_0 f(\alpha^2)$ ($0 \leq \alpha \leq 1$). Тоді для визначення функції $A(x, p)$, приймаючи до уваги подання (1), одержимо інтегральне рівняння першого роду

$$C^T + \alpha^{-1} \int_0^{\infty} A(x, p) \sin(x \alpha) dx = f(\alpha^2), \quad (0 \leq \alpha \leq 1), \quad (2)$$

розв'язок якого шукатимемо у вигляді ряду Неймана

$$A(x, p) = x^{-p} \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_{2n-p+2}(x), \quad p > 0 \quad (3)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

з ваговою функцією x^{-p} . За відомими коефіцієнтами a_n ряду (3) реставроване нестационарне температурне поле за поданням (1) буде таким:

$$T(\alpha, \tau) = T_0 \left\{ C^T + \alpha^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^{\infty} x^{-p} J_{2n-p+2}(x) e^{-x^2 \tau} \sin(x\alpha) dx \right\}. \quad (4)$$

При цьому стала C^T визначається рівністю (2) при $\alpha = 0$. Зазначимо, що обмеження $2.5 < p < 3$ забезпечує виконання рівняння балансу теплового потоку при переході поверхні сфери $\alpha = 1$. За відомим температурним полем (4) та співвідношеннями Дюгамеля-Неймана можна знайти усі характеристики напружено-деформованого стану тіла.

**RECOVERY OF A SET OF UNLIMITED THERMOELASTIC STATES OF
AN INFINITE BODY AN KNOWN INITIAL TEMPERATURE
DISTRIBUTION IN A SPHERE**

A centrally symmetric incorrect quasi-static thermoelasticity problem for an infinite body at given initial temperature distribution in a spherical region is solved. This problem is relevant when there is an area inside the body that is inaccessible to experimental measurements. Solving the heat equation, we present its solution in terms of the Fourier integral. Next, the desired features are found. The integral equations of the first kind are written and its solution is sought in terms of the Neumann series. As a result, we find the recovered temperature field in the region.