Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів

УДК 512.58

LEFT JORDAN STRUCTURE OF DIFFERENTIALLY SEMIPRIME RINGS

Maria Lukashenko

Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, bilochka.90@mail.ru

Throughout here, R is an associative ring with an identity, $DerR$ is a set of all derivations of R and Δ will be any subset of $DerR$. On the set R we consider the left Jordan multiplication "$\langle -,- \rangle$" defined by the rule $\langle \mathrm{a},\mathrm{b}\rangle = 2ab$ for any elements a,b of R. Then $R^{lJ} = (\mathrm{R},+,\langle -,-\rangle)$ is a Jordan ring (which is called *a left Jordan ring associated with an associative ring* R). If A is an additive subgroup of R that $\langle a,r\rangle,\langle r,a\rangle$ are in A for any $a\in A$ and $r\in R$, then A is *an ideal* of R^{lJ}. If $\delta\in\Delta$ and $a,b\in R$, then

$$\delta(\langle \mathrm{a},\mathrm{b}\rangle) = \delta(2\,\mathrm{ab}) = 2\delta(\mathrm{a})\,\mathrm{b} + 2a\delta(\mathrm{b}) = \langle \delta(\mathrm{a}),\mathrm{b}\rangle + \langle a,\delta(\mathrm{b})\rangle$$

and therefore $\delta\in Der(\mathrm{R}^{lJ})$. By the other hand, if $\delta\in Der(\mathrm{R}^{lJ})$, then

$$2\delta(\mathrm{ab}) = \delta(\langle \mathrm{a},\mathrm{b}\rangle) = \langle \delta(\mathrm{a}),\mathrm{b}\rangle + \langle a,\delta(\mathrm{b})\rangle = 2(\delta(\mathrm{a})\,\mathrm{b} + \mathrm{a}\,\delta(\mathrm{b}))\,.$$

If R is a 2-torsion-free ring, then $\delta\in Der(\mathrm{R})$.

An associative ring R is said to be:

- Δ-simple if there no two-sided Δ-ideals other 0 or R,
- Δ-prime if, for all two-sided Δ-ideals K,S of R, the condition $KS=0$ implies that $K=0$ or $S=0$,
- Δ-semiprime if, for any two-sided Δ-ideal K of R, the condition $K^2=0$ implies that $K=0$.

We prove the following

Theorem. *For a 2-torsion-free ring R the following conditions are true:*

(1) R is a Δ-simple ring if and only if R^{lJ} is a Δ-simple Jordan ring,

(2) R is a Δ-prime ring if and only if R^{lJ} is a Δ-prime Jordan ring,

(3) R is a Δ-semiprime ring if and only if R^{lJ} is a Δ-semiprime Jordan ring.

1. *Jacobson N.* Structure and representations of Jordan algebras // Amer. Math. soc. colloq. Publ. – 1968. – V. 39, Providence, R.I.

СТРУКТУРА ЛІВИХ ЖОРДАНОВИХ ДИФЕРЕНЦІЙНО НАПІВПЕРВИННИХ КІЛЕЦЬ

Нехай R *– асоціативне кільце з одиницею,* $DerR$ *– множина усіх його диференціювань та* Δ *– будь-яка підмножина із* $DerR$*. Нами встановлено, що якщо* R *– вільне від* 2*-скруту кільце, то воно є* Δ*-простим (відповідно* Δ*-первинним або* Δ*-напівпервинним), тоді і тільки тоді, коли* R^{lJ} *є* Δ*-простим кільцем Жордана (відповідно* Δ*-первинним кільцем Жордана або* Δ*-напівпервинним кільцем Жордана).*