

НЕТРИВІАЛЬНІ ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З НЕЛІНІЙНИМ ЗБУРЕННЯМ

Іванна Кузишин

Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, jessamin6@mail.ru

Дослідження питання існування періодичних розв'язків звичайних диференціальних рівнянь та їх систем є досить важливим для практики, особливо при створенні математичних моделей хімічної кінетики чи математичної біології. Такі питання розглядалися, зокрема, у роботах [1, 2].

Для лінійної автономної системи диференціальних рівнянь зі збуренням, записаної у векторному вигляді:

$$W' = BW + g(W), \quad (1)$$

де $W = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ – вектор невідомих функцій, $W \in \mathbb{R}^N$, B – квадратна невідроджена матриця розмірності $n \times n$, $g(W)$ – вектор збурення, встановлено умову існування нетривіального періодичного розв'язку при $n = 2$ та $n = 4$ та знайдено ці розв'язки:

Умова I: Нехай матриця B має власні значення $\pm it_l$, $t_l > 0$ (не обов'язково всі різні) і відповідні власні вектори v_s . Нехай виконуються умови:

$$\sum_{j=1}^N v_j^i g_j = 0, \quad i = 1, \dots, N-1;$$
$$\sum_{j=1}^N v_j^N g_j = - \sum_{\alpha \in \Lambda^h} \sum_{i=1}^N \mu_{\alpha,i} z_i^\alpha.$$

Тут Λ^h – множина індексів α , $\alpha \leq h$ (або $\Lambda^h = \Lambda_-^h$ – множина непарних індексів α), $\mu_{\alpha,i}$ – параметри.

При цьому встановлені многовиди $M(\mu_{\alpha,i})$, $i = 2$, $\alpha = 1, 3, 5$, є дво-мірними лінійними підпросторами у \mathbb{R}^3 .

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015»,
26–28 травня 2015 р., Львів**

Розглянемо систему (1) 2-ої розмірності.

Умова II. Нехай для матриці B виконується:

$$b_{11} - b_{12} > 1,$$

$$b_{11} + b_{12} = 0,$$

і вектор $(g_1(w_1, w_2, \kappa, \lambda), g_2(w_1, w_2, \kappa, \lambda))$ має вигляд

$$g_1 = \kappa F_{\kappa}^1(\sin 2\varphi, \cos 2\varphi) + \lambda F_{\lambda}^1(\sin 2\varphi, \cos 2\varphi),$$

$$g_2 = \kappa F_{\kappa}^2(\sin 2\varphi, \cos 2\varphi) + \lambda F_{\lambda}^2(\sin 2\varphi, \cos 2\varphi).$$

Параметр φ визначається з формули $\varphi = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2b_{11}}{b_{12} - b_{11} - 2}\right) + \pi k$, $k \in Z$.

Теорема. Нехай виконується умова II, тоді для системи (1) існує нетривіальний періодичний розв'язок з умовою $l(\kappa, \lambda) = 0$, яка визначає пряму на площині параметрів (κ, λ) .

Вигляд функції $l(\kappa, \lambda)$ залежить від функцій F_{κ}^1 , F_{λ}^1 , F_{κ}^2 , F_{λ}^2 .

1. Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 512 с.
2. Казмерчук А. І., Кузишин І. Я. Періодичні розв'язки лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь з нелінійним збуренням // Materiały X Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji “Perspektywiczne opracowania są nauką i technikami – 2014”. – Vol. 18 – P. 55–57.

NONTRIVIAL PERIODIC SOLUTIONS OF LINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH NONLINEAR PERTUBATION

The new classes of ordinary differential equations with nonlinear perturbation which have periodic solutions are investigated. Conditions of existence of the nontrivial periodic solutions to the problem are established and manifolds for the parameter for which exist stable periodic solutions are described.