Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2015», 26–28 травня 2015 р., Львів

УДК 519.21+62

ФЛУКТУАЦІЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ПРОЦЕДУРИ З НАПІВМАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ

[1]**Віктор Кукурба,** [2]**Ярослав Чабанюк,** [1]**Любомир Гошко**

[1]Національний університет «Львівська політехніка», vkuku@i.ua
[2]Львівський національний університет ім. І. Франка, yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної оптимізації (ПСО) з напівмарковськими переключеннями в схемі дифузійної апроксимації [1] задається еволюційним рівнянням

$$\frac{du^{\varepsilon}(t)}{dt}=a(t)C^{\varepsilon}(u^{\varepsilon}(t);x(t/\varepsilon^{4})). \tag{1}$$

Тут $C^{\varepsilon}(u;x)=(C(u+b(t);x)-C(u-b(t);x))/2b(t)+\varepsilon^{-1}C_0(u;x).$ Функція регресії $C(u;x),\ u\in R,\ x\in X,$ залежить від рівномірно ергодичного напівмарковського процесу $x(t),\ \ t>0$ у фазовому просторі станів (X,X); $u^{\varepsilon}(t)$ – випадкова еволюція; ε – малий параметр серій. Для функції збурення $C_0(u;x)$ виконується умова балансу: $\Pi C_0(0;x):=\int_X \rho(dx)C_0(x)=0,$ де $\rho(B)$, $B\in X$ – стаціонарний розподіл вкладеного ланцюга Маркова $x_n:=x(\tau_n)$, $n\ge 0$.

Асимптотична дифузійність ПСО (1) досліджується для нормованих флуктуацій

$$v^{\varepsilon}(t)=\varepsilon^{-1}\sqrt{t}[u^{\varepsilon}(t)-\varepsilon C_0^{\varepsilon}(t)], \tag{2}$$

де дифузійне збурення $C_0^{\varepsilon}(t)$ визначається через $C_0(u;x)$ з (1):

$$C_0^{\varepsilon}(t)=\varepsilon^{-2}a\int_{t_0}^{t}\frac{C_0(u^{\varepsilon}(s);x(s/\varepsilon^{4}))}{s}ds. \tag{3}$$

Лема 1. *Нормована флуктуація (2) задовольняє стохастичне диференціальне рівняння*

$$dv^{\varepsilon}(t)=\varepsilon^{-1}\frac{a}{\sqrt{t}}\nabla_{b(t)}C\left(\varepsilon\left(\frac{v^{\varepsilon}(t)}{\sqrt{t}}+C_0^{\varepsilon}(t)\right),x\left(\frac{t}{\varepsilon^{4}}\right)\right)dt+\frac{v^{\varepsilon}(t)}{2t}dt\ . \tag{4}$$

Розглядаємо компенсуючий оператор (КО) для розширеного процесу марковського відновлення $v_n^\varepsilon := v^\varepsilon(\tau_n^\varepsilon)$, $w_n^\varepsilon := C_n^\varepsilon := C_0^\varepsilon(\tau_n^\varepsilon)$, $x_n^\varepsilon := x(\tau_n^\varepsilon)$, $\tau_n^\varepsilon := \varepsilon^4 \tau_n$, $n \ge 0$, що визначається співвідношенням [2]

$$\boldsymbol{L}_t^\varepsilon \varphi(v,w,x) = \varepsilon^{-4} q(x)[E[\varphi(v_{n+1}^\varepsilon, w_{n+1}^\varepsilon, x_{n+1}^\varepsilon) \mid v_n^\varepsilon = v,\ w_n^\varepsilon = w,\ x_n^\varepsilon = x] - \varphi(v,w,x)].$$

Використовуємо півгрупи $C_{t+s}^{\varepsilon,t}(x)\varphi(v_x^\varepsilon(t)) = \varphi(v_x^\varepsilon(t+s))$, що породжуються супроводжуючою системою. Для дифузійного збурення (3) розглядаємо півгрупи $\mathrm{C}_{t+s}^{0,t}(x)\varphi(w) = \varphi(C_0^\varepsilon(u(t+s);x))$.

Лема 2. *КО має аналітичне представлення*

$$\boldsymbol{L}_t^\varepsilon \varphi(v,w,x) = \varepsilon^{-4} q(x) \int_0^\infty G_x(ds)[\mathrm{C}_{t+\varepsilon^4 s}^{\varepsilon,t}(x)\, \mathrm{C}_{t+\varepsilon^4 s}^{0,t}(x)\boldsymbol{P} - \mathrm{I}]\varphi(v,w,x),$$

де оператор $\boldsymbol{P}$ визначаємо через ядро $P(x,B)$, $B \in X$, $\boldsymbol{P}\varphi(x) := \int_X P(x,dy)\varphi(y)$.

1. *Кукурба В. Р., Чабанюк Я. М., Кінаш А. В.* Асимптотична дифузійність флуктуацій неперервної оптимізаційної процедури в напівмарковському середовищі // Вісник Київського нац. унів. ім. Т. Шевченка. Серія фіз.-мат. науки. – 2013. – № 2. – С. 184-190.
2. *Koroliuk V. S., Limnios N.* Stochastic Systems in Merging Phase Space. – World Scientific Publishing, 2005. – 330 p.

FLUCTUATIONS OF OPTIMIZATION PROCEDURE WITH SEMI-MARKOV SWITCHINGS

The sufficient conditions of the asymptotic normality of the continuous stochastic optimization procedure in the semi-Markov media are obtained using the compensation operator of the merged Markov renewal process. The asymptotic representation of the compensation operator provides the construction of the generator of the limited diffusion process by the Ornstein-Uhlenbeck type.